JUL 7 1924
Not to be Drawn

Physikalische Zeitschrift

begründet von **E. Riecke** und **H. Th. Simon**

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von **Johannes Stark**

Herausgeber:

Prof. Dr. **P. Debye,** Prof. Dr. **F. Harms** und Prof. Dr. **R. Seeliger**

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Goldmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.— vierteljährlich. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Goldmark —.20, Beilagen mit Goldmark 60.— berechnet.

Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den

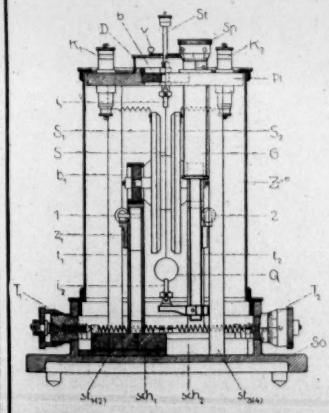
Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 10. Leipzig, 15. Mai 1924. 25. Jahrgang.

No. 662. Printed in Germany.

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923. Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

ERZEUGNISSE UNSERER ABTEILUNG: PHYSIK

VOLLSTÄNDIGE EINRICHTUNGEN PHYSIKALISCHER LABORATORIEN HÖHERER SCHULEN ETC.

ORIGINAL-ERNECKE-KONSTRUKTIONEN.

SCHUL-PROJEKTIONS-APPARATE.

FUNKEN-INDUKTOREN.

RESONANZ-APPARATE NACH DR. SEIBT.

DEMONSTRATIONS-GALVANOMETER.

AUSARBEITUNG VON PATENTEN ETC.

SIGNALAPPARATEFABRIK

JULIUS KRÄCKER

AKTIENGESELLSCHAFT

BERLIN W. 57. BÜLOW-STR. 47.

Eingegangene Bücher.

(Eingehende Besprechung vorbehalten. Rücksendung nicht besprochener Bücher erfolgt in keinem Falle.)

Abderhalden, E., Handbuch der biologischen Arbeitsmethoden. Abt. II, Physikal Methoden, Heft 4, Lfg. 118. 8°. S. 485—618. 1. Georgi, W., Die meteorologischen Meßmethoden. 2. Kundt, M., Die Makrophotographie. 3. Thuin, W., Farbenphotographie. Berlin-Wien, Urban & Schwarzenberg. 1924. G.-M. 4.50.

Angerer, E. v., Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen. (Sammlg. Vieweg, Heft 71.) 8°. VIII u. 116 S. m. 11 Abbild. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, A.-G. 1924. Geb. G.-M. 4.—.

Bangert, K., Maße der Elektrotechnik. (Bangert's Tabellen-Bücherei, Bd. III.) 8°. 76 S. Hamburg, Deutscher Auslandsverlag Walter Bangert. 1924. G.-M. 3.20.

Bavink, B., Ergebnisse u. Probleme der Naturwissenschaft. 3. vollständig neu bearbeitete u. erweiterte Auflage. 8°. XV u. 470 S. m. 65 Abbild. Leipzig, S. Hirzel. 1924. Geh. G.-M. 8.—, geb. G.-M. 10.—.

Bohr, N., Über den Bau der Atome. 8°. 60 S. m. Abbild. Berlin, Julius Springer. 1924. G.-M. 1.50.

Eberhard, O. v., Einiges über die Ballistik großer Schußweiten. („Artilleristische Monatshefte", Jahrg. 1923.) 8°. 89 S. Berlin, Georg Bath. 1924.

Universitäts-Sternwarte zu Wien, Astronomischer Kalender f. 1924. 43. Jg. 8°. 451 S. Wien-Leipzig, Carl Gerold's Sohn. 1924. Geb. Gz. M. 5.50.

Walden, P., Elektrochemie nichtwäßriger Lösungen. 8°. XI u. 515 S. Mit 3 Abb. Leipzig, Johann Ambrosius Barth 1923. Geh. G.-M. 26.40, geb. G.-M. 30.80.

Walden, P., Molekulargrößen von Elektrolyten. 8°. XI u. 350 S. Dresden-Leipzig, Theodor Steinkopff. 1923. Geh. M. 10.—, geb. M. 11.50.

Wien, W., Goethe und die Physik. 8°. 39 S. Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1923. Gz. 1.20.

Zenneck, J., Elektronen- u. Ionen-Ströme. 8°. 48 S. m. 41 Abb. Berlin, Julius Springer. 1923. Geh. M. 1.50.

Präzisionsinstrumente
(registrierend und nicht registrierend)
für
Luftdruck
Temperatur
Windmessung
Sonnenschein
Niederschlag
Wasserstands-
beobachtung

R. FUESS
BERLIN-STEGLITZ

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 10. 15. Mai 1924. Redaktionsschluß für No. 12 am 5. Juni 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

K. Lichtenecker, Der elektrische Leitungswiderstand künstlicher und natürlicher Aggregate. (Schluß.) S. 225.

O. Groll, Über die Depolarisation des Lichtes durch Suspensionen kristalliner und nichtkristalliner Teilchen. S. 233.

W. König, Ergänzende Bemerkungen zu der vorstehenden Arbeit des Herrn Groll. S. 238.

J. Plotnikow, Eine Bemerkung zu der Arbeit der Herren Thiel und Ritter über die Schmelzbarkeit des Kohlenstoffs usw. S. 239.

Zusammenfassende Berichte:

G. Mierdel, Elektrodenlose Entladungen. S. 240.

Besprechungen:

R. Ladenburg, Die Grundlagen der Quantentheorie und ihre experimentelle Prüfung. S. 256.

G. Tammann, Lehrbuch der Metallographie. Chemie und Physik der Metalle und ihrer Legierungen. S. 256.

F. Dessauer, Zur Therapie des Karzinoms mit Röntgenstrahlen. S. 256.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Der elektrische Leitungswiderstand künstlicher und natürlicher Aggregate.

Von Karl Lichtenecker.

(Schluß.)

IV. Kapitel.

Aufstellung einer allgemeinen Funktion für den Widerstand und für die Leitfähigkeit eines zweidimensionalen Leiters bei beliebigem Raumanteil der Bestandteile.

Die im Vorausgegangenen entwickelten Ergebnisse der strengen, nicht approximierenden Rechnung haben uns sehr enge Grenzen kennen gelehrt, innerhalb deren Widerstand und Leitfähigkeit eines Leiteraggregates liegen müssen und zwar für verschiedene, untereinander recht weit abweichende Formen und Lagerungen der konstituierenden Teilchen. Darauf gestützt kann man schließlich versuchen, für die Leitfähigkeit und für den Leitwiderstand eines solchen zusammengesetzten Leiters einen gemeinsamen Ausdruck aus Überlegungen allgemeiner Natur zu entwickeln und seine Berechtigung innerhalb jener feststehenden engen Grenzen erproben.

Der spezifische Widerstand des Aggregates muß zunächst offenbar eine Funktion der spezifischen Widerstände w_1 und w_2 und des Raumanteils ϑ bzw. $1-\vartheta$ seiner beiden Bestandteile sein, also

$$w = f(w_1, w_2, \vartheta) \qquad (1)$$

Wir verlangen nun weiter, daß durch den gleichen Ausdruck auch die Leitfähigkeit λ aus den beiden Leitfähigkeiten der Bestandteile λ_1 und λ_2 sich herleite, also

$$\lambda = f(\lambda_1, \lambda_2, \vartheta)$$

oder

$$\frac{1}{w} = f\left(\frac{1}{w_1}, \frac{1}{w_2}, \vartheta\right). \qquad (2)$$

Aus (1) und (2) folgt schließlich

$$f\left(\frac{1}{w_1}, \frac{1}{w_2}, \vartheta\right) = \frac{1}{f(w_1, w_2, \vartheta)}. \qquad (3)$$

Für den Raumanteil $\vartheta = 0$ bzw. $\vartheta = 1$ muß der Widerstand w in den der einen, bzw. in den der anderen Komponente übergehen, wir haben also noch die Bedingungen

$$f(w_1, w_2, 0) = w_2, \qquad (4)$$

$$f(w_1, w_2, 1) = w_1. \qquad (5)$$

Die Funktion

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta} \quad \text{bzw.} \quad \lambda = \lambda_1^{\vartheta} \cdot \lambda_2^{1-\vartheta}$$

genügt, wie man sieht, gleichzeitig den obigen Bedingungen. Die Werte dieser Funktion sind für verschiedene Raumanteile ϑ von 10 zu 10 Proz. und für verschiedene Werte des Widerstandsverhältnisses $v = w_1/w_2$ berechnet und in der nachfolgenden Tabelle XII zusammengestellt. Zum Vergleich mit den aus der neuen Anwendung des Rayleighschen Gesetzes sich ergebenden Grenzwertquadrupeln sind sie außerdem als mittlere Zeile auch in die Tabellen IX, X, XI des III. Kapitels eingetragen.

Es zeigt sich, daß die Werte der hier aufgestellten Funktion nicht nur nirgends in Widerspruch mit den bisher entwickelten exakten Ergebnissen stehen, sondern sich besonders vorzüglich in dieselben einfügen, insofern, als diese Funktionswerte während des ganzen Verlaufes des Raumverhältnisses von $\vartheta = 0$ bis $\vartheta = 1$

und für die verschiedenen Werte des Widerstandsverhältnisses gerade in der Mitte des sehr engen Intervalles liegen, wo sich die Gebiete „besserleitendes Material zusammenhängend" und „schlechter leitendes Material zusammenhängend" überdecken.

Für das Raumverhältnis $\vartheta = \frac{1}{2} = 50$ Proz. geht die Funktion

$$f = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}$$

über in

$$f = \sqrt{w_1 \cdot w_2},$$

d. h. in das geometrische Mittel der Widerstände der Komponenten, also genau in jenen Wert, der sich, wie Carl Benedicks a. a. O. zuerst hervorgehoben hat, für das zweidimensionale Schachbrettmodell auch nach der Berechnungsweise des Verfassers aus dem Jahre 1909 ergibt.

Besonders deutlich zeigt die beigegebene Kurventafel (Diagramm I) wie die Kurve

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}$$

genau in der Mitte des streifenförmigen Intervalles verläuft, das die vier Kurven der Widerstandsgrenzwerte bilden. Die Tafel enthält die Kurve samt den vier Grenzwertkurven dreifach, und zwar für die drei verschiedenen Widerstandsverhältnisse

$$v = w_1/w_2 = 1:2,\ v = 1:3,\ v = 1:4.$$

Es muß besonders darauf hingewiesen werden, daß auch für dieses letztere Verhältnis, nämlich $v = 1:4$, die Kurve

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}$$

die Mittelwerte der exakt bestimmten vier Grenzwerte längs des ganzen Kurvenverlaufes vorzüglich wiedergibt, da insbesondere bei höheren Werten des Widerstandsverhältnisses seinerzeit Abweichungen vermutet worden sind. Bei dem im folgenden Kapitel zu behandelnden mischkristallfreien Legierungen kommen Werte des Widerstandsverhältnisses, die die Zahl 3 überschreiten, nicht vor. Vom Standpunkte der im folgenden zu behandelnden praktischen Anwendung ist das Gebiet des Widerstandsverhältnisses, auf welches hier die numerische Auswertung und Erprobung der Formel

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}$$

erstreckt worden ist, sehr reichlich bemessen.

Durch Logarithmieren folgt:

$$\lg w = \vartheta \lg w_1 + (1-\vartheta) \lg w_2,$$

aber auch gleichzeitig

$$\lg \lambda = \vartheta \lg \lambda_1 + (1-\vartheta) \lg \lambda_2.$$

Das heißt: bei zweidimensionalen Aggregaten mit wahlloser Verteilung der Bestandteile mischen sich weder die Leitfähigkeiten, noch die Widerstände, sondern die Logarithmen der Leitfähigkeiten (und die Logarithmen der Widerstände).

Das vom Standpunkte des Satzes vom zureichenden Grunde unbefriedigende Dilemma: Welche der beiden Größen, Widerstand oder Leitfähigkeit, bestimmt sich nach der „Mischungsregel"? — wird dadurch beseitigt. Dieses Dilemma mußte, wie man sieht, vorzüglich bei dem zweidimensionalen Problem hervortreten, wo sowohl Leitfähigkeit als auch Widerstand gegenüber der absoluten Größe des Aggregates invariant sind, wo also spezifische Leitfähigkeit und spezifischer Widerstand von der Wahl der Längeneinheit unabhängig sind, während bei dreidimensionalen Aggregaten mit wachsender Kante der Widerstand ab-, die Leitfähigkeit zunimmt.

Tabelle XII.

Widerstand eines zweidimensionalen Aggregates, berechnet nach der Formel

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}.$$

Raumverhältnis ϑ in Proz.	Der Widerstand des Aggregates beträgt für		
	$v = w_1 w_2 = 2$	$v = 3$	$v = 4$
0	1,000	1,000	1,000
10	1,072	1,116	1,149
20	1,149	1,246	1,320
25	1,189	—	—
30	1,231	1,390	1,516
40	1,321	1,552	1,741
50	1,414	1,732	2,000
60	1,516	1,933	2,298
70	1,625	2,158	2,539
75	1,681	—	—
80	1,741	2,408	3,031
90	1,866	2,668	3,482
100	2,000	3,000	4,000

Diskussion der Widerstandkurve $w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}$ und technische Näherungskonstruktion derselben.

Die aufgestellte Widerstandsgleichung

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta} = w_2 \cdot v^{\vartheta}$$

ergibt

$$\frac{\partial w}{\partial \vartheta} = w_2 \cdot v^{\vartheta} \cdot \lg v = w \lg v,$$

wenn, wie früher, mit v das Verhältnis der Widerstände w_1/w_2 beider Bestandteile bezeichnet wird. Man erhält somit: die Änderung des Widerstandes eines (zweidimensionalen) Aggregates mit dem Raumverhältnis ϑ seiner beiden Bestandteile ist dem Widerstand des Aggregates

selbst proportional. Der konstante Proportionalitätsfaktor ist der Logarithmus des Widerstandsverhältnisses beider Komponenten.

Wir greifen ein Zahlenbeispiel heraus, dessen Ausrechnung und Konstruktion sich besonders einfach gestaltet, und daneben den allgemeinen Fall. (Die Annahme $w_2 = 1$ ist natürlich keine Beschränkung der Allgemeinheit, da es nur auf das Verhältnis der Widerstände der Bestandteile ankommt.)

Besonderer Fall: $w_2 = 1$

$$w_1 = e = 2{,}718\ldots$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=0} = 1$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=1} = e = 2{,}718\ldots$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=1/2} = \sqrt{e} = 1{,}65\ldots$$

Allgemeiner Fall: $w_2 = 1$

$$w_1 = \text{beliebig} = v$$

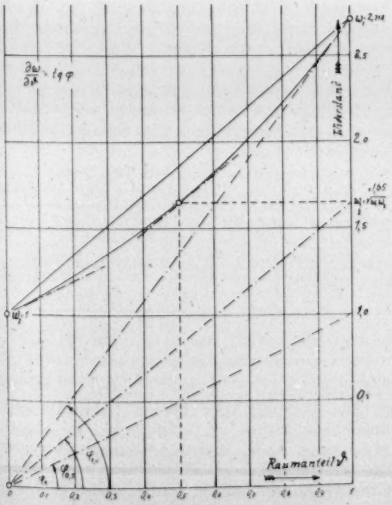
$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=0} = \lg v$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=1} = v \lg v$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=1/2} = \sqrt{v} \lg v.$$

Diagramm III.

Näherungskonstruktion der Widerstandskurve $w = w_1^{\vartheta} w_2^{1-\vartheta}$ aus 3 Punkten und 3 Tangenten.



Hieraus ergibt sich die für praktische Zwecke wohl stets ausreichende Konstruktion der Widerstandskurve aus drei Punkten und den zugehörigen drei Tangenten. Das beigegebene Diagramm III bedarf keiner näheren Erklärung. Für den betrachteten besonderen Fall ist:

$$\frac{\partial w}{\partial \vartheta} = w = v = \operatorname{tang} \varphi:$$

somit

$$\operatorname{tang} \varphi_0 = 1$$
$$\operatorname{tang} \varphi_{0,5} = 1{,}65$$
$$\operatorname{tang} \varphi_1 = 2{,}718.$$

Im allgemeinen Falle ($w_2 = 1$; $w_1 =$ beliebig) ist der Ordinatenmaßstab für die zu ziehenden Tangenten im Maßstabe $1 : \lg v$ zu vergrößern. Im übrigen bleibt die Konstruktion mit der vorstehend mitgeteilten und in Diagramm III dargestellten identisch.

Selbstredend läßt sich auf genau gleiche Weise die Kurve der Leitfähigkeit des Aggregates konstruieren; man hat lediglich als die beiden Endpunkte der zu konstruierenden Kurve statt der beiden spezifischen Widerstände der Komponenten w_1 und w_2 die beiden spezifischen Leitfähigkeiten λ_1 und λ_2 derselben zu nehmen.

V. Kapitel.

Der körperliche Leiter. Anwendung auf wirkliche Metallegierungen.

Das Vorstehende ermöglicht leicht den Übergang von dem zweidimensionalen zu dem körperlichen Problem. Allerdings werden die Ausdrücke für die Schrankenwerte des Widerstandes hier im allgemeinen verwickelter. Wegen des geringen Einflusses jedoch, den die Gestalt der Elemente, wie in Kapitel II dieser Arbeit ausführlich gezeigt ist, auf die Schrankenwerte des Widerstandes der Kombination hat, erscheint es statthaft, die Gestalt herauszugreifen, für welche sich die Berechnung am einfachsten gestaltet. Es ist dies die Würfelgestalt, und als für die Rechnung einfachste Annahmen seien weiter gewählt: Stromrichtung parallel zur Kante, und schließlich kubische, nicht punktierte Raumgitteranordnung.

Das Elementargebiet, bzw. ein Achtel desselben, hat unter diesen Annahmen die in der beistehenden Fig. 21 gekennzeichnete Gestalt. Die Bestimmung der oberen Grenze des Widerstandes der Kombination erfolgt wieder durch Einfügung nichtleitender Zwischenwände in der Stromrichtung längs der Materialgrenzen und in deren Verlängerung. Nur ist hier zu beachten, daß der Widerstand eines Würfels vom Volum nicht unabhängig, sondern der Würfelkante reziprok ist, so daß der spezifische Widerstand

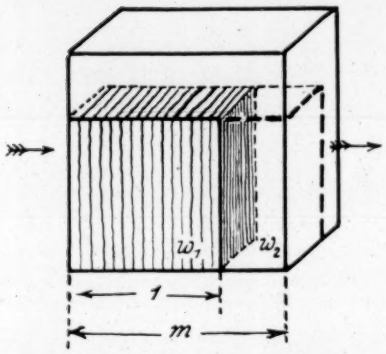


Fig. 21.

des ganzen Aggregates nicht unmittelbar gleich dem des betrachteten Elementargebietes ist, wenn die Kantenlänge des letzteren nicht gleich der gewählten Längeneinheit ist. Wenn analog wie in den vorstehenden Kapiteln w_1 den spezifischen Widerstand der Einsprengung, w_2 den der Muttersubstanz bezeichnet, ferner 1 und m die Würfelkanten bezeichnen, so ergibt sich für den oberen Schrankenwert des spezifischen Widerstandes der betrachteten Kombination:

$$W_o = \frac{m}{\frac{1}{w_1 + w_2(m-1)} + \frac{m^2-1}{m w_2}},$$

$$W_o = \frac{w_1 + w_2(m-1)}{w_1(m^2-1) + w_2(m^3 - m^2 + 1)} \cdot w_2 m^2.$$

Analog erhält man eine untere Grenze für den spezifischen Widerstand des Aggregates durch Zerlegung des Elementargebietes nach Platten senkrecht zur Stromrichtung, entlang und in der Verlängerung der Materialgrenzen:

$$W_u = \frac{m w_1 w_2}{w_2 + (m^2-1) w_1} + \frac{(m-1) w_2}{m}$$

$$= \frac{w_1(m^3 - m + 1) + w_2(m-1)}{w_1(m^2-1) + w_2} \cdot \frac{w_2}{m}.$$

Die beiden so erhaltenen Grenzen liegen sehr eng beisammen. Für den Fall:

$w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $\vartheta = 50$ Proz., somit $m = \sqrt[3]{2}$

ergeben die soeben aufgestellten beiden Gleichungen für die

obere Grenze des Widerstandes $W_o^{1,2} = 1{,}4139$,

untere „ „ „ $W_u^{1,2} = 1{,}3865$.

Der Unterschied der beiden Grenzwerte beträgt somit weniger als 2 Proz. Die beiden Grenzwerte liegen, wie besonders hervorgehoben sein möge, durchaus in dem Gebiete, in dem sie zu erwarten waren. Denkt man sich nämlich eine kubische Raumgitteranordnung durch unendlich dünne, isolierende, ebene Schichten in der Stromrichtung in eine Schar von Schachbrettern aufgelöst, so muß der Widerstand dadurch notwendig zunehmen. Da aber der Widerstand des zweidimensionalen Schachbretts mit sehr weitgehender Annäherung als gleich dem geometrischen Mittel der spezifischen Widerstände seiner Bestandteile sichergestellt ist, so muß der wirkliche Widerstand des räumlichen Schachbrettmodells notwendig zwischen dem geometrischen Mittel der Komponentenwiderstände als oberer und dem harmonischen Mittel als unterer Schranke liegen. Darüber hinaus war zu erwarten, daß er dem ersteren Mittelwert wesentlich näher als dem unteren liegen muß, der durch die alten „Guertlerschen" Schranken gegeben ist. Tatsächlich liegt das soeben gefundene enge Intervall 1,4139 — 1,3865 in der gekennzeichneten Weise in dem größeren 1,4142 — 1,3333, das aus dem geometrischen Mittel ($= \sqrt{2}$) und dem harmonischen Mittel ($= 4/3$) gebildet ist.

Natürlich läßt sich auch im dreidimensionalen Falle nicht bloß ein Grenzwertpaar für den Widerstand des Aggregates angeben, sondern zwei solche Paare, je nachdem, ob man den besser leitenden oder den schlechter leitenden Bestandteil als den eingesprengten annimmt. Für natürliche mischkristallfreie Legierungen, bei denen kein Grund vorliegt, anzunehmen, daß eine dieser Möglichkeiten bevorzugt ist, ist die Verläßlichkeit, mit welcher der Mittelwert der vier Schranken den wahren Wert des Widerstands des Aggregates, bzw. der Legierung kennen lehrt, noch wesentlich gesteigert.

Ist der eingesprengte Bestandteil der schlechter leitende, also entsprechend dem eben behandelten Beispiel etwa:

$$w_1 = 2, \quad w_2 = 1, \quad \vartheta = 50 \text{ Proz.},$$

so haben wir kleinere Werte für den Legierungswiderstand, bzw. für dessen Schrankenwerte zu erwarten, als im vorausbehandelten Falle. Tatsächlich ergeben die oben aufgestellten Formeln jetzt die Werte:

obere Grenze des Legierungswiderstandes

$$W_o^{2,1} = 1{,}3865,$$

untere Grenze des Legierungswiderstandes

$$W_u^{2,1} = 1{,}3650.$$

Die Differenz der beiden Schrankenwerte untereinander beträgt, ebenso wie im vorausgegangenen Falle, auch hier weniger als 2 Proz. des Wertes; die Intervalle, die durch die beiden Grenzwertpaare gebildet werden, überdecken sich

in diesem Spezialfalle überhaupt nicht, sondern grenzen scharf aneinander an[1]). Unter der Annahme der Gleichberechtigung beider Komponenten am Aufbau der Legierung kommt somit der Wert:

$$W = 1{,}3865$$

als wahrer Wert des Legierungswiderstandes aus zwei Komponenten vom spezifischen Widerstand 1 und 2 und gleichen Raumanteilen in Betracht.

Wir vergleichen schließlich den soeben gefundenen Mittelwert der vier Schrankenwerte

$$W = 1{,}389$$

mit dem Werte, der sich nach der Arbeit I des Verfassers vom Jahre 1909 ergibt. Die dort angegebene Gleichung (2) auf Seite 1007

$$W = \frac{2\,w_1 w_2}{w_1 + w_2}\left(1 + 2\,h\left(\frac{w_1}{w_2} - 1\right) - 4\,h^2\frac{w_2}{w_1}\right),$$

liefert, wenn man für $v = \frac{w_1}{w_2} = 1:2$ den zugehörigen Wert $h = 0{,}0241$ aus Tabelle I einsetzt:

$$W = 1{,}391$$

also eine Übereinstimmung bis auf etwa 1 Promille des gesuchten Wertes.

In der angeschlossenen Tabelle XIII sind diese neuen, für körperliche Aggregate unter den obigen Bedingungen sich streng ergebenden Schrankenwerte für die von Matthiessen experimentell untersuchten fünf mischkristallfreien Legierungen berechnet und mit den übrigen, bisher bekannten, experimentellen und durch Rechnung gefundenen Zahlenwerten übersichtlich vereinigt.

Die Spalten 1 bis 3, ferner 11 und 12 der Tabelle XIII sind unverändert der Tabelle der Arbeit I des Verfassers vom Jahre 1909, S. 1007, entnommen. Neu hinzugefügt sind die Werte, die der Legierungswiderstand annehmen würde, wenn er gleich dem geometrischen Mittel der Widerstände der Bestandteile wäre (Spalte 4), sowie die Werte, die dem Widerstande zukommen würden, wenn er gleich dem harmonischen Mittel wäre (Spalte 5).

Ersterer Fall (geometrisches Mittel) träfe, wie wir gesehen haben, für ein zweidimensionales Aggregat zu, letzterer (harmonisches Mittel) dann, wenn nicht der Widerstand, sondern die Leitfähigkeit sich linear zusammensetzen würde. Betrachtet man zunächst diese ersten fünf Spalten und vergleicht sie mit den Zahlen der letzten (12.) Spalte, die die Ergebnisse aus Matthiessens Messungen an Metallegierungen enthält, so sieht man zunächst, daß in allen vier in Betracht kommenden Fällen[1]) der experimentelle Wert Matthiessens deutlich und ausgeprägt zwischen dem geometrischen und dem harmonischen Mittel der Widerstände der beiden Komponenten liegt. Diese Feststellung ist unbedingt zuverlässig; die Genauigkeit der Messungen Matthiessens reicht hierzu vollkommen aus. Dieses Verhalten der natürlichen Legierungen steht aber in vollkommener Übereinstimmung mit der im Vorausgehenden für beliebige dreidimensionale künstliche Aggregate gezogenen theoretischen Schlußfolgerung. Denn ein zweidimensionales Aggregat zeigt einen Widerstand gleich dem geometrischen Mittel aus den Widerständen der Komponenten. Ein gleiches Verhalten muß auch ein körperliches Aggregat zeigen, daß aus Platten mit isolierenden Zwischenschichten in der Stromrichtung aufgebaut gedacht ist. Durch Weglassung der gedachten isolierenden Zwischenschichten kann der Widerstand des körperlichen Aggregates nur kleiner werden, muß daher tatsächlich zwischen dem geometrischen und harmonischen Mittel der Werte für die beiden Bestandteile liegen.

Die weitergehende Frage, zu entscheiden, ob die experimentell gefundenen Werte nun näher dem geometrischen Mittel oder näher dem harmonischen Mittel liegen, dazu reicht die Verläßlichkeit, bzw. Übereinstimmung der einzelnen Messungen Matthiessens untereinander wohl nicht aus. In zwei Fällen liegt Matthiessens Wert ausgesprochen näher am geometrischen Mittel (*PbSn*, *PbCd*); in den beiden anderen dem harmonischen Mittel (*SnCd*, *SnZn*); der fünfte Fall scheidet, wie bereits erörtert, für die Beurteilung dieser Frage aus. Doch ist, wie gesagt, die Sicherheit, mit der man durch die den einzelnen Beobachtungen Matthiessens entsprechenden Punkte eine Kurve hindurchlegen kann, nicht groß genug, um zu entscheiden, ob dieses gegensätzliche Verhalten beider Legierungspaare ein gesichertes Meßergebnis ist oder auf Besonderheiten der untersuchten Legierungsproben und andere Zufälligkeiten zurückgeht.

Die vom Verf. auf Grund seiner Arbeit I aus dem Jahre 1909 ermittelten Werte für den Legierungswiderstand sind in Spalte 11 unver-

1) Es sei ergänzend bemerkt, daß das Zusammenfallen der beiden Grenzwerte W_u^{12} und W_o^{21} keineswegs trivial ist, da sich beide aus wesentlich voneinander verschiedenen Ausdrücken errechnen. Außerdem ist der zusammenfallende Wert $W_u^{12} = W_o^{21} = 1{,}387$ weitgehend in Übereinstimmung mit dem Mittel der beiden äußeren Schrankenwerte

$$\frac{W_o^{12} + W_u^{21}}{2} = 1{,}389.$$

1) Bei der Legierung *Cd* — *Zn* sind die zu erwartenden Abweichungen von der Linearität zu gering, als daß sie bei den Messungen hätten in Erscheinung treten können.

Tabelle XIII.

Legierungswiderstand gleicher Volumprozente ($\vartheta = 50$ Proz.).
Zusammenstellung der bisher bekannten und der hier neu ermittelten Werte.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Legierungsbestandteile	Widerstand der Bestandteile	arithm.	geometr.	harmon.	Neue theoretische Grenzwerte für den Legierungswiderstand				Widerstand		
		Mittel aus den Widerständen der Bestandteile			obere Grenze		untere Grenze		Mittel der 4 Grenzwerte	berechnet nach Lichtenecker Methode ex 1909	gemessen von Matthiessen
					besserer Leiter eingesprengt	schlecht.	besserer Leiter eingesprengt	schlecht.			
Pb	21,68	18,10			17,909	17,641					
			17,74				17,596	17,540	17,62	17,65	17,58
Sn	14,51			17,28							
Pb	21,68	14,63			12,965	12,139					
			12,82				12,396	11,756	12,31	12,24	12,18
Cd	7,58			11,23							
Sn	14,51	11,05			10,48	10,31					
			10,49				10,31	10,17	10,31	10,31	10,00
Cd	7,58			9,95							
Sn	14,51	10,33			9,471	9,128					
			9,44				9,189	8,922	9,18	9,18	8,80
Zn	6,14			8,62							
Cd	7,58	6,86			6,816	6,813					
			6,82				6,805	6,802	6,81	6,81	(6,86 *)
Zn	6,14			6,78							

*) Die Abweichungen vom linearen Gesetz sind bei dieser Legierung zu gering, als daß sie hätten bei den Messungen Matthiessens hervortreten können.

ändert beigefügt. Diese Werte liegen gleichfalls, wie man sieht, sämtlich innerhalb des Intervalls: geometrisches Mittel — harmonisches Mittel, aber, wie man sieht, in allen Fällen wesentlich näher dem geometrischen Mittel als dem harmonischen[1]).

1) Der errechnete Widerstandswert liegt in allen 5 Fällen zwischen dem ersten Fünftel und dem ersten Drittel des besprochenen Intervalls, gebildet aus harmonischem und geometrischem Mittel.

In den neu eingefügten Spalten 6 bis 10 der Tabelle XIII sind nun die Ergebnisse der hier mitgeteilten Untersuchung, betreffend dreidimensionale Aggregate, enthalten. In den Spalten 6 bis 9 sind die vier Schrankenwerte eingetragen, innerhalb deren der Aggregatwiderstand liegen muß, je nachdem der besser oder der schlechter leitende Bestandteil eingesprengt auftritt.

In Spalte 10 ist dann für jede Legierung

der Mittelwert dieser vier Schrankenwerte eingetragen, entsprechend der Auffassung, daß in den untersuchten mischkristallfreien Legierungen beide Bestandteile bezüglich der Struktur, in der sie im Inneren der Legierung auftreten, sich gleichartig verhalten. Zunächst zeigt sich, daß die so gewonnenen Werte für den Legierungswiderstand in allen Fällen im Inneren des Intervalls: geometrisches Mittel — harmonisches Mittel, aber sämtlich dem geometrischen Mittel wesentlich näher liegen. Der Vergleich der hier neu mitgeteilten Werte schließlich mit den vom Verfasser im Jahre 1909 gewonnenen Werten zeigt eine Übereinstimmung von 1 bis 2 Promille; nur in einem einzigen Falle ist sie größer, aber auch noch unter 5 Promille.

Wenn man einerseits die vollkommene Unsicherheit in Erwägung zieht, die bis zu den Arbeiten des Verfassers über den Widerstandswert mischkristallfreier Legierungen — zwischen Linearität von Widerstand und Linearität von Leitfähigkeit als Grenzen — herrschte, andererseits die fundamentale Verschiedenheit der Betrachtungen, die zu den Werten des Jahres 1909 und den jetzt vorliegenden führten, dürfte die Bedeutung einer so weitgehenden Übereinstimmung der Ergebnisse hervortreten.

Zusammenfassend läßt sich sagen: Bei mischkristallfreien Legierungen zeigen zweifellos weder der Widerstand, noch auch (wie sich irrtümlich in der Literatur angegeben fand) die Leitfähigkeit linearen Verlauf bei Änderung des Raumanteils der Bestandteile.

Der Verlauf der Widerstandsfunktion ist vielmehr ein solcher, daß für Legierungen aus gleichen Raumteilen beider Bestandteile der Widerstand der Legierung zwischen dem geometrischen und harmonischen Mittel der Widerstände der Bestandteile liegt, und zwar wesentlich näher dem ersteren[1]).

Aufstellung eines allgemeinen Ausdruckes für den Widerstand eines dreidimensionalen Aggregates.

Schließlich ist auch für das dreidimensionale Problem, also für den körperlichen aus beliebigen Partikeln zweier Bestandteile zusammengesetzten Leiter zu versuchen, eine allgemeine Funktion aufzustellen, die den Widerstand einer Legierung zweier Bestandteile von beliebigem Raumanteil (ϑ) und beliebigen Werten der spezifischen Widerstände der Bestandteile w_1 und w_2 anzuschreiben erlaubt.

Wir werden die Form dieser Funktion in Übereinstimmung zu halten haben mit der bei der Behandlung des zweidimensionalen Falles so gut bewährten. Nur ist dem Umstande Rechnung zu tragen, daß für 50 Proz. Raumanteil, also $\vartheta = \frac{1}{2}$, der Wert der Funktion nicht gleich dem geometrischen Mittel $\sqrt{w_1 w_2}$ aus den spezifischen Widerständen der beiden Bestandteile werden soll, sondern gleich einem etwas kleineren Werte $w_{\frac{1}{2}}$ ist. Dieser Wert läßt sich durch die Ermittlung des Grenzwertvierlings mit voller Strenge innerhalb sehr enger Grenzen einschließen, wie im Vorausgehenden gezeigt worden ist.

Die Funktion hat daher folgenden Bedingungen zu genügen:

1. Sie muß vom Typus $w = f^{\vartheta} f^{1-\vartheta}$ sein.

2. Sie muß in formal gleicher Weise sowohl für die Berechnung des Widerstandes, als auch für die Berechnung der Leitfähigkeiten Geltung haben; d. h. es muß sich auch schreiben lassen:

$$\lambda = f^{\vartheta} f^{1-\vartheta},$$

wenn an Stelle der spezifischen Widerstände innerhalb der Funktion f die spezifischen Leitfähigkeiten treten.

3. Sie muß in dem ganzen Intervall $0 < \vartheta < 1$ überall kleiner sein als der für ein zweidimensionales Aggregat sich ergebende Wert $w_1^{\vartheta} w_2^{1-\vartheta}$.

4. Sie muß für $\vartheta = 0$ den Wert $w = w_2$,
„ „ „ $\vartheta = 1$ „ „ $w = w_1$
annehmen.

Die Funktion:

$$w = (w_1)^{\vartheta} (w_2^{1-\varkappa\vartheta})^{1-\vartheta}$$

oder, wenn wir $(1 - \varkappa\vartheta)(1 - \vartheta) = \vartheta'$ setzen:

$$w = w_1^{\vartheta} w_2^{\vartheta'}$$

und gleichzeitig:

$$\lambda = \lambda_1^{\vartheta} \lambda_2^{\vartheta'}$$

genügt, wie man sieht, den vorstehenden Bedingungen. Dabei ist $\varkappa$ eine kleine Größe, die durch die Abweichung des Widerstandes $w_{\frac{1}{2}}$ (bzw. der Leitfähigkeit) eines Aggregates gleicher Raumanteile vom geometrischen Mittel der Widerstände (Leitfähigkeiten) der Bestandteile bestimmt ist.

Zur Berechnung des numerischen Wertes von $\varkappa$ hat man:

$$w_{\frac{1}{2}} = w_1^{\frac{1}{2}} \cdot w_2^{\frac{1}{2}(1-\varkappa_{\frac{1}{2}})}$$

somit

$$\varkappa = 2\left(1 - \frac{2 \lg w_{\frac{1}{2}} - \lg w_1}{\lg w_2}\right).$$

Für $w_{\frac{1}{2}}$ ist entweder das Mittel aus den vier oben hergeleiteten Schrankenwerten einzusetzen oder einfacher der sich nach der Be-

1) Oder, wenn man vorzieht, die Leitfähigkeit statt des Widerstandes ins Auge zu fassen, muß die Leitfähigkeit einer Legierung gleicher Raumanteile zwischen dem geometrischen und dem arithmetischen Mittel der Leitfähigkeiten der Bestandteile liegen, und zwar näher dem ersteren.

rechnungsweise des Verfassers vom Jahre 1909 unmittelbar ergebende Wert.

Für das einfache, bereits mehrfach herangezogene numerische Beispiel:

$w_1 = 1, \quad w_2 = 2, \quad w_{\frac{1}{2}} = 1{,}39, \quad \sqrt{w_1 w_2} = 1{,}414$

beträgt $\varkappa = 0{,}10$.

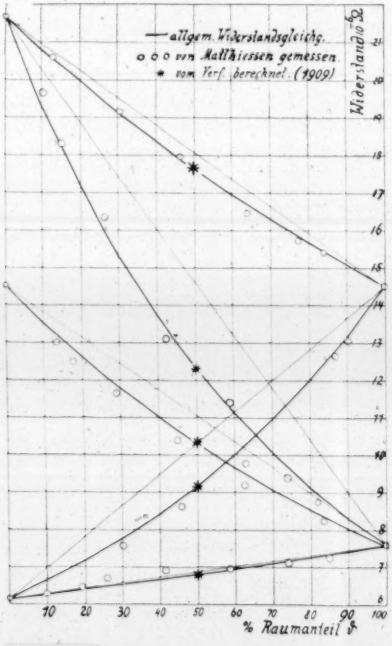
Die Anwendbarkeit der allgemeinen Formel:

$$w = w_1^{\vartheta} w_2^{\vartheta'}$$

auf den Verlauf der Widerstandskurve der experimentell untersuchten mischkristallfreien Legierungen bei veränderlichem Raumanteil ihrer beiden Bestandteile zeigen schließlich die Tab. XIV und das Diagramm IV[1]).

Diagramm IV.

Widerstand der fünf, von Matthiessen experimentell untersuchten mischkristallfreien Legierungen.



1) Bemerkt sei, daß für die Ausrechnung der Werte der Tabelle XIV nur die hier abgeleiteten Schrankenwerte verwendet wurden und nicht die Werte nach der Methode des Verf. v. J. 1909, um einen unabhängigen Vergleich der Ergebnisse beider Methoden mit den Ergebnissen der experimentellen Messung an den Legierungswiderständen zu ermöglichen.

Tabelle XIV.

Die Widerstandswerte der 5 experimentell untersuchten mischkristallfreien Legierungen berechnet nach der Formel $w = w_1^{\vartheta} w_2^{\vartheta'}$.

Raumanteil der Beimischung in Proz. ϑ	*Zn*	*Zn*	*Cd*	*Cd*	*Sn*
	als Beimischung tritt auf:				
	Cd	*Sn*	*Sn*	*Pb*	*Pb*
0	6,14	6,14	7,58	7,58	14,51
10	6,28	6,62	8,04	8,30	15,07
20	6,42	7,16	8,54	9,12	16,65
30	6,55	7,76	9,08	10,05	16,28
40	6,98	8,43	9,67	11,11	16,92
50	6,81	9,18	10,31	12,31	17,62
60	6,96	10,01	11,01	13,71	18,34
70	7,11	10,95	11,77	15,30	19,11
80	7,26	12,00	12,61	17,12	19,92
90	7,42	13,15	13,52	19,20	20,77
100	7,58	14,51	14,51	21,68	21,68

Das Diagramm IV enthält die Widerstandskurven der von Matthiessen experimentell untersuchten fünf mischkristallfreien Legierungen *ZnCd*, *ZnSn*, *CdSn*, *CdPb*, *SnPb* nach den von 10 zu 10 Proz. Raumanteil berechneten Werten der Tabelle XIV.

Außer diesen nach der allgemeinen Formel hergeleiteten Kurven enthält das Diagramm die von Matthiessen gemessenen Werte, die durch Ringe, und die für 50 Proz. Raumanteil in der Arbeit I des Verfassers berechneten Werte, die durch Sternchen gekennzeichnet sind.

Die verwendete allgemeine Widerstandsgleichung für dreidimensionale Aggregate stellt sonach den Verlauf der experimentell gefundenen Widerstandswerte längs ihres ganzen Verlaufes, soweit es die experimentellen Daten zu beurteilen gestatten, vollkommen dar.

Zusammenfassung.

1. Die Arbeit lehrt auf streng analytischem Wege für den Widerstand künstlicher zweidimensionaler Aggregate Schrankenwerte kennen, die das alte Unsicherheitsintervall (Widerstand linear — Leitfähigkeit linear?) bis auf ein Sechstel seines Umfanges herabdrücken.

Je nachdem, ob der besser oder schlechter leitende Bestandteil als eingesprengt auftritt, ergeben sich zwei Paare solcher Schrankenwerte.

2. Die allgemeinen Ausdrücke für diese neuen Schrankenwerte des Widerstandes zweidimensionaler Aggregate werden für verschiedene Gestalt der eingelagerten Partikel (Quadrat, Kreis, Ellipse), für verschiedene Lage derselben gegen die Stromrichtung, und für verschiedene Gitter-

anordnungen aufgestellt und für geeignete besondere Fälle numerisch ausgewertet.

3. Durchgehends zeigt sich, daß die so gewonnenen engen Schrankenwerte und somit auch der von ihnen eingeschlossene wahre Wert des Aggregatwiderstandes von Gestalt, Lage und Anordnung der eingelagerten Partikel äußerst wenig abhängen.

Insbesondere stimmen die Mittel aus den vier Schrankenwerten in allen der Betrachtung unterzogenen Fällen bis auf ein Promille untereinander überein.

Für kreisrunde Einschließungen werden die vier Schrankenwerte des Widerstandes als Funktion von Raumverhältnis und Widerstandsverhältnis der beiden, das Aggregat bildenden Bestandteile ausgewertet und tabellarisch dargestellt.

Der Vergleich dieser Werte mit Werten, die jüngst W. Esmarch nach einer von C. Benedicks herrührenden Versuchsanordnung erhalten hat, zeigt, daß auch die Esmarchschen Messungen theoretisch unmögliche, nämlich zu hohe Werte für den Aggregatwiderstand liefern, wenn auch die Abweichung bei den Esmarchschen Messungen viel geringer ist, als bei den ursprünglichen, von C. Benedicks herrührenden.

5. Es wird eine allgemeine Funktion für den Widerstand und für die Leitfähigkeit zweidimensionaler Leiteraggregate bei beliebigem Raumanteil und beliebigem Widerstandsverhältnis der Bestandteile aufgestellt, die der Forderung genügt, daß sich Widerstand und Leitfähigkeit gleichartig und gleichberechtigt aus den entsprechenden Werten der Bestandteile errechnen. Die so aufgestellte Funktion stimmt längs ihres ganzen Verlaufes mit der aus den Mittelwerten des Schrankenquadrupels sich ergebenden Kurve überein.

Eine sehr einfache Näherungskonstruktion für diese Kurve, die sie aus drei Punkten und den zugehörigen drei Tangentenrichtungen bestimmt, wird angegeben.

Für gleiche Raumanteile beider Bestandteile (Raumverhältnis $\vartheta = 50$ Proz.) geht die allgemeine Funktion über in das geometrische Mittel aus den entsprechenden Werten beider Bestandteile, also exakt in jenen Wert, der sich wie C. Benedicks bemerkt hat, für ein zweidimensionales Aggregat nach der Berechnungsweise des Verfassers vom Jahre 1909 ergibt.

Im ganzen ergibt sich: Bei zweidimensionalen Aggregaten mit wahlloser Verteilung der Bestandteile mischen sich weder die Leitfähigkeiten, noch die Widerstände, sondern die Logarithmen der Leitfähigkeiten (und der Widerstände).

6. Die analytische und numerische Ermittlung der vier Schrankenwerte für den Widerstand wird schließlich auch für körperliche (dreidimensionale) Aggregate durchgeführt.

Ebenso wird die für zweidimensionale Aggregate aufgestellte allgemeine Widerstandsfunktion auf das dreidimensionale Problem sinngemäß erweitert. Sowohl die Kurve der Mittelwerte aus den vier analytisch bestimmten Schrankenwerten, als auch die aus der aufgestellten allgemeinen Widerstandsfunktion folgende stimmen sowohl untereinander, als auch mit den Messungen Matthiessens an mischkristallfreien Legierungen — innerhalb der Unsicherheitsgrenzen der einzelnen experimentellen Messung — vollkommen überein.

Ebenso finden die für gleiche Raumanteile (Raumverhältnis $\vartheta = 50$ Proz.) vom Verfasser in seiner Arbeit vom Jahre 1909 auf durchaus anderem Wege berechneten Werte volle Bestätigung, wobei die numerische Übereinstimmung bis auf durchschnittlich 2 Promille geht.

Wenn W. Guertler[1]) jüngst wieder feststellte: „Das ganze Problem des Zusatzwiderstandes (in der allgemeinen Theorie der Legierungen) muß also nach wie vor zurückgestellt werden, bis die Frage des normalen Widerstandes bei Abwesenheit von Mischkristallbildung zuvor geklärt worden ist", so kann zusammenfassend festgestellt werden, daß die vorliegende Arbeit diese Klärung erbracht hat.

1) a. a. O. S. 286.

Reichenberg, den 15. März 1924.

(Eingegangen 24. März 1924.)

Über die Depolarisation des Lichtes durch Suspensionen kristalliner und nichtkristalliner Teilchen.

Von O. Groll.

(Auszug aus der Gießener Dissertation.)

Im August 1921 hat Procopiu in den C. R.[1]) einige Untersuchungen über die Depolarisation mitgeteilt, die gradlinig polarisiertes Licht erfährt, wenn es durch Suspensionen, besonders solche kristallinischer Teilchen hindurchgeht. Ich habe die Versuche wiederholt und erweitert, vor allem um die Beziehung zu einer anderen Erscheinung zu prüfen und erlaube mir, im folgenden über meine Ergebnisse zu berichten.

Bringt man eine Suspension in den Strahlengang zwischen gekreuzte Nikols, so tritt eine

1) Procopiu, C. R. 173, 409, 1921.

Aufhellung des Gesichtsfeldes ein, und es gelingt durch keine Stellung des Analysators, wieder vollständige Dunkelheit herzustellen. Den Betrag dieser Depolarisation habe ich nach demselben Verfahren wie Procopiu gemessen.

Als Lichtquelle diente mir eine *Hg*-Punkt-Lampe, die in einem Kasten stand, um unnötiges Licht abzublenden. Durch ein Mattglasfenster trat das Licht aus. Ich arbeitete mit monochromatischem Licht, das ich mir mittels der Zeißschen Lichtfilter[1]) herstellte. Dieses homogene Licht wird durch einen Polarisator polarisiert, fällt durch einen rechteckigen Spalt, dessen Ausmessungen so ausgeprobt waren, daß die beiden durch ein doppelbrechendes Prisma erzeugten Bilder dieser Öffnung scharf aneinander grenzten. Zwischen Spalt und Doppelspat kam der Trog mit der zu untersuchenden Suspension zu stehen. Die Beobachtung geschah durch einen Analysator, dessen Stellung genau ablesbar war.

Die Beobachtungsweise ist folgende: Ich stelle den Analysator auf Dunkelheit, bringe dann den Doppelspat in den Strahlengang und drehe ihn so lange, bis beide Spaltbilder verschwinden. Der Polarisator war so eingestellt, daß die Bilder beim Verschwinden genau horizontal nebeneinander lagen. Nun bringe ich die Suspension in den Strahlengang. Das eine Bild erscheint wieder. Bei Drehung des Analysators erscheint auch das zweite Bild genau neben dem ersten. Ich drehe so lange, bis beide Bilder gleich hell sind und bestimme das Azimut des Analysators. Dann drehe ich den Analysator im entgegengesetzten Sinne und bestimmte das zweite Azimut gleicher Helligkeit. Der Winkel zwischen beiden Stellungen bildet ein Maß für die Depolarisation. Die Hälfte des Winkels bezeichne ich mit α und nenne ihn Depolarisationswinkel.

Die Bedeutung dieser Messung läßt sich nach Procopiu folgendermaßen formulieren. Das auf die Suspension fallende Licht schwingt lotrecht, längs OB (Fig. 1). Das austretende Licht besteht aus einem unpolarisierten Teil und dem restlichen polarisierten, lotrecht schwingenden Teil. Der letztere habe die Amplitude OP. Der erstere liefert die beiden lotrecht und wagerecht schwingenden Komponenten von den gleichen Amplituden OC und ON. Dann ist die Intensität des einen Bildes $OP^2 + OC^2 = OB^2$ (folglich $OB = PN$), die des andern gleich ON^2. Ist OA die Analysatorebene, in der beide Bilder gleich hell erscheinen, so ist

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{ON^2}{OP^2 + ON^2}.$$

1) A. Köhler, Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie u. f. mikrosk. Technik **27**, 330, 1910.

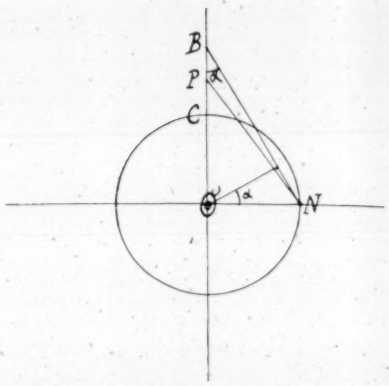


Fig. 1.

Die Gesamtintensität des depolarisierten Lichtes ist gleich der Summe der Intensitäten der beiden Komponenten, also gleich $2ON^2$. Würde man als Maß der Depolarisation das Verhältnis der Intensität des depolarisierten Anteils zu der Intensität des ganzen hindurchgehenden Lichtes nehmen, so würde man für dieses Maß der Depolarisation den Betrag erhalten:

$$D = \frac{2ON^2}{OP^2 + 2ON^2} = \frac{2ON^2}{BN^2} = 2\sin^2\alpha.$$

Procopiu charakterisiert die depolarisierende Wirkung der von ihm untersuchten Suspensionen, indem er den Wert von $\operatorname{tg}^2\alpha$ angibt. Vielleicht ist es richtiger, den Wert von $2\sin^2\alpha$ anzugeben.

Ich habe zunächst dieselben Suspensionen untersucht wie Procopiu und stelle seine und meine Zahlen in folgender Tabelle zusammen. Es sind jedesmal 0,014 g in 50 cm² Suspensionsmittel aufgeschwemmt. Der Trog hat 1,5 cm Dicke.

Tabelle I.

Suspension	in	Proc. α_1	meine α_2	$\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$	$\frac{\operatorname{tg}^2\alpha_1}{\operatorname{tg}^2\alpha_2}$	$\frac{\sin^2\alpha_1}{\sin^2\alpha_2}$
reines Wasser		0°	0°	∞	∞	∞
Alaun	Petroleum	1°	40′	1,50	2,25	2,25
Kochsalz	„	2°	1°15′	1,60	2,56	2,56
Schwefel	„	3°	1°50′	1,64	2,68	2,68
Glas	„	5°	3°10′	1,58	2,50	2,49
Quarz	„	6°	3°35′	1,67	2,82	2,80
Kalkspat	„	33°	20°45′	1,59	2,94	2,36
Borsäure	„	36°	22°30′	1,60	3,08	2,36

Meine Zahlen zeigen die gleiche Folge wie die Procopius. Daß sie durchweg kleiner sind, läßt sich daraus erklären, daß die Dicke der durchstrahlten Schicht oder die Konzentration bei meinen Versuchen kleiner war. Daß ein

Umstand dieser Art die Wirkung in einem bestimmten Maß verkleinert, dafür spricht das fast konstante Verhältnis der α-Werte bzw. der Werte von $\sin^2\alpha$. Von dem Wert der $tg^2\alpha$ kann man das nicht in gleichem Maße behaupten.

Die Abhängigkeit der Depolarisation von der Tatsache der Einfach- oder Doppelbrechung der suspendierten Teilchen zeigt folgende Tabelle II. Die Tatsache der Doppelbrechung muß also einen wichtigen Faktor in der Erklärung der Depolarisation ausmachen. Auf den Umstand, daß eingelagerte Kriställchen stark depolarisierend wirken, hat übrigens schon A. Zimmermann bei der Untersuchung von Guttaperchalamellen, die aus einer Lösung in Chloroform hergestellt waren, hingewiesen[1]).

Tabelle II.

Suspension	Suspensionsmittel	α	
Flußspat	Petroleum	30′	regulär
Salmiak	„	2°15′	„
ungeschmolz. *Na*-Borat	„	3°30′	„
Kadmiumsulfat	„	13°30′	zweiachsig
Kalkspat	„	21°	einachsig

Eine Zuckerlösung bewirkte in meiner Apparatur wohl eine Drehung der Polarisationsebene, aber keine Depolarisation.

Die auch von Procopiu bereits festgestellte Abhängigkeit von der Konzentration zeigt die nächste Tabelle. Die verschiedenen Konzentrationen habe ich mir hergestellt, indem ich die Suspensionen entsprechend verdünnte.

Tabelle III.

Suspension	Konz. c	α	$100\,\alpha/c$
Borsäure in Petroleum	100	28.0	28,0
	66,6	18,5	27,8
	50	13,9	27,8
	40	11,2	28,0
	33,3	8,9	26,7
	28,5	7,95	27,9
$Ca\,CO_3$-Niederschlag	100	19,1	19,1
	66	12,7	19,2
	44	8,2	18,6
	29	5,4	19,0
	19	3,6	19,0
	12,5	2,8	18,4
	8,4	1,6	18,9

Der Bruch α/c ist also für jede Suspension eine bestimmte Konstante. Wenn Procopiu dieses Ergebnis schließlich dahin deutete, daß α der Zahl der getroffenen Teilchen proportional sei, so führt diese Auffassung zu der weiteren Folgerung, daß bei derselben Suspension α der Dicke der Schicht proportional sein müßte. Ich habe diese Frage geprüft, indem ich gequollene Gelatine in Trögen von verschiedener Dicke untersuchte. Das Ergebnis der in Tabelle IV zusammengestellten Messungen würde in der Tat für die Richtigkeit jener Folgerung sprechen. Allein für dieses Problem lassen sich theoretische Erwägungen anstellen, die zu einem anderen Ergebnis führen. Siehe die angefügten Bemerkungen von Prof. W. König.

Tabelle IV.

Trog	Dicke in cm	α	$\alpha\,d$	Suspension
I	1	8,25	8,25	Gelatine
II	2	16,4	8,2	„
III	3,5	28,35	8,1	„
IV	4,5	36,5	8,1	„

Nun stellte ich mir Suspensionen verschiedener Korngröße her. Die mittlere Korngröße maß ich im Mikroskop. Ergebnis:

Tabelle V.

Suspension: Kalkspat in Glyzerin (0,014 g in 50 ccm).

Nr.	Ausmessung in Skalenteilen	$r^2\pi$	r^2	r	r in mm	α
1	16>×<16	256	80	9	0,135	14°
2	22>×<11	242	75	8,7	0,130	15°
3	5>×<5	25	7,8	2,8	0,042	32°
4	3>×<4,5	13,5	4,5	2,05	0,031	35°

Mit zunehmender Korngröße nimmt also die Depolarisation ab.

Den Einfluß der Brechungsexponenten von Suspension und Suspensionsmittel lehrt folgende Tabelle. Sie zeigt, daß bei der Möglichkeit eintretender Totalreflexion an einzelnen Teilchen die beobachtete Depolarisation geringer war.

Tabelle VI.

Suspension	n	Suspensionsmittel	n	α
Nickelsulfat	1,49—1,5	Methylalkohol	1,33	6°30′
		Glyzerin	1,46	6°
		Xylol	1,50	6°20′
		Schwefelkohlenstoff	1,65	4°50′
Borsäure	1,46	Methylalkohol	1,33	25°30′
		Glyzerin	1,46	18°
		Schwefelkohlenstoff	1,65	17°30′
Kalkspat	1,67	Methylalkohol	1,33	29°
		Xylol	1,50	29°30′
		Schwefelkohlenstoff	1,65	29°10′

Einen Einfluß der Wellenlänge des benutzten Lichtes konnte ich nicht feststellen, wenn ich die Wellenlänge veränderte durch Einschalten

1) A. Zimmermann, Ber. d. Deutsch. Bot. Ges. 9, 82, 1899.

verschiedener Farbfilter oder eines Monochromators. Die Unabhängigkeit der nach dieser einfachen Methode zu erzielenden Ergebnisse von der Wellenlänge besteht aber nur so lange, als die Unterschiede der Brechungsexponenten nicht sehr klein werden. Ich stellte mir nach der Methode von Christiansen[1]) ein Monochrom für grünes Licht (Glaspulver in CS_2—C_6H_6-Mischung) her und untersuchte dessen Depolarisation, wobei ich allerdings auf starke Depolarisationswirkung doppelbrechender Teilchen verzichten mußte. Das Monochrom zeigte eine Depolarisation

im blauen Licht von 4^0,
„ grünen „ von 1^0,
„ gelben „ von 3^0.

Hier tritt also ein Einfluß der Wellenlänge hervor.

Als 1. Anwendung der beschriebenen Versuchsmethode stellte ich die Depolarisation noch nicht untersuchter Substanzen fest. (Konzentration wie bei Tabelle I).

Tabelle VII.

Suspension	Suspensionsmittel	α	
Kalkspat	Petroleum	$20^0 45'$	hexagonal
Dolomit	„	$16^0 25'$	„
Strontianit	„	$19_0 10'$	rhomb.
Aragonit	„	$19^0 5'$	„
Magnesit	„	17^0	hexagonal
Eisenspat	„	$16^0 15'$	„

Tabelle VIII.

1 mm Schichtdicke von	α
Paraffin	18^0
Butter	15^0
Margarine	22^0
Schmalz	20^0
Diphenylamin	25^0

Die in Tabelle VIII aufgeführten Stoffe wurden geschmolzen und zwischen 2 Glasplatten erstarren gelassen.

Verschiedene milchige Trübungen, wie Milch, Mastixlösung, Myrrhentinktur in Wasser, zeigten in meinen Trögen kaum merkliche Depolarisation.

Sodann untersuchte ich Gelatine. Ich experimentierte mit Gelatine in flüssigem und erstarrtem Zustand. Beim Erstarren fand keine Änderung der Depolarisation statt. Ich fand bei der gequollenen Gelatine einen relativ großen Depolarisationswinkel, beim Lösen von 2,5 g Gelatine in 50 cm² bei einer Schichtdicke von 2 cm ein α von ca. 5^0 und konnte durch Erhöhung der Schichtdicke ein α bis 39^0 erhalten, bis die Absorption zu groß wurde. Eine so große Depolarisation, wie sie die gequollene Gelatine zeigt, läßt sich sonst nur bei Suspensionen doppelbrechender Teilchen feststellen, was eine eventuelle Doppelbrechung der Gelatineteilchen vermuten läßt.

Die wasserfreie Gelatine zeigt nicht so große Depolarisation, ein einzelnes Blatt überhaupt kaum merkliche, obwohl die Gelatinemengen, die vom Licht durchquert wurden, bei den Versuchen mit wasserfreier Gelatine teilweise größer waren als bei den Versuchen mit gequollener Gelatine. Die wasserfreie Gelatine verhält sich also, falls sie keine inneren Spannungen zeigt, wie eine homogene isotrope Substanz.

Zur Untersuchung von Celluloid maß ich die Depolarisation einer 2 mm dicken Platte mit einem α von $1{,}5^0$. Tauchte ich aber das Celluloid vorher in heißes Wasser, so war die Depolarisation stark vermindert. Das läßt sich nach Ambronn[1]) durch das Schmelzen der im Celluloid suspendierten Kampferkriställchen erklären, die dadurch ihre Anisotropie verlieren.

Wasserdampf zeigte kaum merkliche Depolarisation. Bei Salmiaknebeln wurde Aufhellung festgestellt[2]). Bedeutend größer war die Depolarisation für Borsäurenebel, die ich mir herstellte, indem ich fein verteiltes Borsäurepulver durch Einblasen aufwirbelte.

Schon Procopiu hat darauf hingewiesen, daß seine Methode zum Studium der Bildung kristallinischer Niederschläge benutzt werden kann. Man möchte daran denken, die Beziehung, die zwischen dem Depolarisationswinkel und der Konzentration besteht, geradezu zur quantitativen Bestimmung von Niederschlägen zu benutzen. Nur muß die Ausfällung so erfolgen, daß die Niederschläge gleiche Korngröße haben. Wie weit hier die Korngröße einen störenden Einfluß haben kann, bedarf noch weiterer Untersuchung. Es müßte folgender Gang zugrunde gelegt werden: Man erzeugt sich zunächst aus bekannten Mengen einen Niederschlag bekannter Konzentration, bestimmt dadurch das ihm zukommende α/c. Dann kann man zu jedem α die zugehörige Konzentration berechnen.

Im Jahre 1881 hat A. Kundt[3]) zuerst den Nachweis geführt, daß in manchen Flüssigkeiten bei geeigneter Bewegung durch scherende Kräfte Doppelbrechung auftritt. Seine Untersuchungen wurden weitergeführt von de Metz[4]) und Umlauf[5]). Sie arbeiteten alle drei mit fast der

1) Christiansen, Wied. Ann. **23**, 298, 1884 u. **24**, 439, 1885.

1) H. Ambronn, Leipz. Ber. **63**, 249, 402, 1911.
2) Über das Verhalten von Salkmiaknebeln im elektrischen Felde s. P. Zeeman und C. M. Hoogenboom, Physik. Zeitschr. **13**, 912, 1912.
3) A. Kundt, Wied. Ann. **13**, 110, 1888.
4) G. de Metz, Wied. Ann. **35**, 497, 1884.
5) Umlauf, Wied. Ann. **45**, 304, 1892.

gleichen Apparatur. Sie bestand aus 2 Zylindern, zwischen denen sich die zu untersuchende Flüssigkeit befand. Der innere Zylinder wurde rotiert und dadurch die Flüssigkeit bewegt.

Unter den Flüssigkeiten, bzw. Lösungen, die nach dieser Methode Doppelbrechung ergaben, waren auch solche, die, nach der hier vorliegenden Methode untersucht, Depolarisation zeigten. Es lag daher der Gedanke nahe, daß ein durchgehender Parallelismus zwischen beiden Eigenschaften bestehen könnte. Die folgende Tabelle enthält die Ergebnisse der älteren Beobachtungen über die Doppelbrechung und daneben die von mir gemessenen Depolarisationswinkel. Sie zeigt, daß der vermutete Parallelismus nicht besteht.

Tabelle IX.

Flüssigkeit	untersucht von:	Doppelbrechung	Depolarisationswinkel α
Gelatine	Umlauf	D	3^0–6^0
Gelatine + H_2SO_4	„	D	$2{,}5^0$
Gummi arabic.	Kundt-Umlauf	D	4^0
Kirschgummi in Alkohol	Umlauf	D	4.5^0
Tragant in Alkohol	„	D	5^0
Kanadabalsam in Alkohol	Kundt-Umlauf	D	4^0
Kanadabalsam in Benzol	Kundt	D	3^0
Kollodium	Kundt-Umlauf	D	$1{,}5^0$
Paraffin, flücht	Kundt	D	s. schwach
Leinöl	Kundt-Metz	D	—
Terpentinöl	Metz	D	—
Rizinusöl	Kundt-Metz	D	—
Glyzerin	Kundt	—	—
Zuckerlösung	„	—	—
Natronwasserglas	„	—	—
Kaliwasserglas	„	—	—
Petroleum	„	—	—
Benzol	„	—	—
konz. Chlorkalziumlösung	„	—	—
Alkohol	„	—	—

Nun galt es noch, das Umgekehrte zu zeigen, d. h. zu prüfen, ob die Suspensionen kristallinischer Teilchen, an denen Procopiu und ich so starke Depolarisationen gefunden haben, nach der Kundtschen Methode Doppelbrechung zeigen. Herr Geh. Rat Wiener in Leipzig hatte die Liebenswürdigkeit, mir zu diesem Zweck den einst von Umlauf benutzten Apparat zur Verfügung zu stellen. Ich habe darin folgende Suspensionen untersucht: $CaCO_3$-Niederschlag, Kalkspat in Petroleum und Borsäure in Petroleum, habe aber keine Doppelbrechung beobachten können.

Ich habe schließlich noch eine Anwendung dieser Methode durch Untersuchung einer Vanadinpentoxydsuspension gemacht. Ihre merkwürdigen optischen Erscheinungen unter dem Einfluß scherender, mechanischer, elektrischer und magnetischer Kräfte sind von Dießelhorst und Freundlich[1]) beschrieben worden. Sie finden für das reine Hydrosol keine Depolarisation. Bei mir handelte es sich um eine Suspension, da die V_2O_5-Teilchen nicht alle in den kolloidalen Zustand übergegangen waren. Die Dielektrizitätskonstante des V_2O_5-Hydrosols ist kürzlich von Errera[2]) gemessen worden. Er fand eine Abhängigkeit derselben vom Alter der Lösung. Das Gleiche fand ich bei der Depolarisation.

Ich habe mir 4 Suspensionen verschiedener Konzentration hergestellt und die gemessenen Depolarisationen in folgender Tabelle und den beiden Kurven zusammengestellt.

Tabelle X.

Alter der Suspension	Konz.: 1,6 ‰	0,8 ‰	0.4 ‰	0.08 ‰	
frisch	12^0	6^0	3^0	0.8^0	
$^1/_2$ Tag	12^0	$6{,}1^0$	$3{,}7^0$	2^0	
1 Tag	$12{,}2^0$	$6{,}2^0$	$3{,}9^0$	$2{,}5^0$	
2 Tage	$12{,}2^0$	$6{,}3^0$	4^0	$2{,}8^0$	
3 „	$12{,}2^0$	$6{,}5^0$	$4{,}1^0$	$2{,}9^0$	α
4 „	$12{,}25^0$	$6{,}6^0$	$4{,}2^0$	$3{,}1^0$	
5 „	$12{,}3^0$	$6{,}65^0$	$4{,}25^0$	$3{,}3^0$	
6 „	$12{,}3^0$	$6{,}65^0$	$4{,}3^0$	$3{,}5^0$	
7 „	$12{,}3^0$	$6{,}65^0$	$4{,}3^0$	$3{,}6^0$	

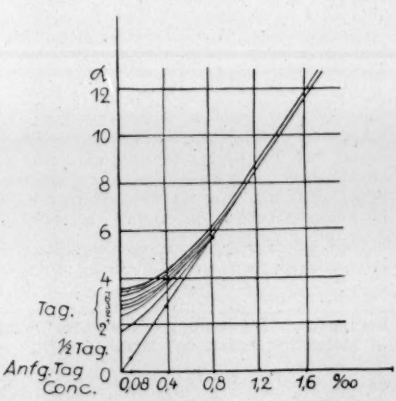


Fig. 2.

Daß die Depolarisation durch die besprochenen Suspensionen eine Folge der vielfachen Bre-

1) H. Dießelhorst, H. Freundlich u. W. Leonhardt, Elster-Geitel-Festschrift 1915, S. 453; Physik. Zeitschr. **16**, 419, 1915; **17**, 117, 1916.

2) Errera, Kolloidzeitschrift **31**, 59, 1922; **32**, 157, 1923.

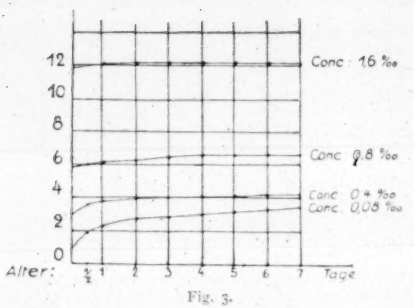


Fig. 3.

chungen und Reflexionen ist, die das Licht an den einzelnen Teilchen erfährt, erscheint ohne weiteres einleuchtend. Daß dabei der Brechung ein wesentlicher Anteil zufällt, dafür spricht der Umstand, daß doppelbrechende Teilchen eine viel stärkere Depolarisation bewirken als einfach brechende, ebenso der Umstand, daß in einem höher brechenden Mittel, an dem im Innern der Teilchen Totalreflexion auftreten kann, die Depolarisation verringert wird. Aber für die einfachen Beziehungen, die in Tabelle III und IV ihren Ausdruck finden — daß der Depolarisationswinkel der Konzentration der Suspension und bei gleicher Konzentration der Schichtdicke angenähert proportional ist, läßt sich eine einfache theoretische Ableitung nicht geben. Ich verweise in bezug auf diese Frage auf die nachstehenden Bemerkungen von Herrn Prof. König, der die Untersuchung dieses Punktes noch durch einen anderen Herrn hat fortsetzen lassen. Die vorliegende Arbeit sollte im wesentlichen dazu dienen, die Procopiuschen Angaben nachzuprüfen und auf gewisse Verwendungsmöglichkeiten, die sich für die Beobachtung dieser Depolarisationswirkungen ergeben, hinzuweisen.

(Eingegangen 18. April 1924.)

Ergänzende Bemerkungen zu der vorstehenden Arbeit des Herrn Groll.

Von Walter König.

Daß bei verschiedenen Dicken der gleichen Suspension der Depolarisationswinkel, wie ihn Procopiu nach seiner Methode bestimmt, der Dicke der Schicht proportional sein soll, ist entschieden unwahrscheinlich. Denn man kann folgende Überlegung anstellen. Aus der Art, wie Procopiu den Depolarisationswinkel definiert, folgt, daß das Verhältnis der Intensität des depolarisierten Anteils zur Intensität des ganzen hindurchgegangenen Lichtes $= 2 \cdot \sin^2 \alpha$ ist (s. vorst. Arbeit S. 234). Dann ist das Verhältnis der Intensität des polarisierten Anteils zur Intensität des ganzen Lichtes durch $\cos 2\alpha$ gegeben. Wir denken uns zwei Tröge von gleicher Dicke mit derselben Suspension gefüllt hintereinander stehen, und wir bezeichnen mit P_1 den polarisierten, mit D_1 den unpolarisierten Anteil des Lichtes nach dem Durchgange durch den ersten Trog. Dann ist der entsprechende Depolarisationswinkel α_1 gegeben durch $\cos 2\alpha_1 = P_1/(P_1 + D_1)$. Das polarisierte Licht P_1 fällt auf den zweiten Trog und erfährt in ihm die gleiche depolarisierende Wirkung; es wird also nach dem Durchgang aus einem polarisierten Anteil P_2 und einem depolarisierten Anteil D_2 bestehen, so daß

$$\frac{P_2}{P_2 + D_2} = \frac{P_1}{P_1 + D_1}$$

sein muß. Andererseits beobachtet man nach dem Durchgange durch beide Tröge einen Depolarisationswinkel α_2, der durch die Gleichung $\cos 2\alpha_2 = P_2/J$ gegeben ist, wenn J die ganze hindurchgelassene Intensität ist. Dieses J setzt sich zusammen aus $P_2 + D_2 +$ dem Betrage von D_1, der von dem zweiten Troge durchgelassen wird; diesen Betrag wollen wir D_1' nennen. Es wird anzunehmen sein, daß von P_1 in dem zweiten Troge durch seitliche Zerstreuung etwas verloren geht, so daß $P_2 + D_2 = k \cdot P_1$ gesetzt werden kann, wo k ein echter Bruch ist. Entsprechend wird $D_1' = k \cdot D_1$ sein. Dann ist $J = k \cdot (P_1 + D_1)$. Daher

$$\cos 2\alpha_2 = \frac{P_2}{k(P_1 + D_1)} = \frac{P_1 P_2}{k P_1 (P_1 + D_1)} = \frac{P_1 \cdot P_2}{(P_1 + D_1)(P_2 + D_2)} = \cos^2 2\alpha_1$$

oder

$$2 \sin^2 \alpha_2 = \sin^2 2\alpha_1.$$

Also gilt für die doppelte Dicke nicht die Formel

$$\alpha_2 = 2\alpha_1, \qquad (1)$$

sondern die Formel

$$\sin \alpha_2 = \frac{\sin 2\alpha_1}{\sqrt{2}}. \qquad (2)$$

Ich habe Herrn Stud. Seip veranlaßt, diesen Punkt noch einmal genauer nachzuprüfen. Er benutzte zwei Tröge, von denen der eine die Dicke 2,04, der andere die Dicke 3,93 cm hatte. Der letztere war also annähernd, allerdings nicht genau, doppelt so dick wie der erstere. Es sollen α_1 und α_2 die Depolarisationswinkel für den ersten und für den zweiten Trog bedeuten. Es wurden drei Suspensionen von verschiedenen Konzentrationen untersucht und es wurde gefunden:

1. Schwache Konzentration:

$$\alpha_1 = 4^0 32' \quad \alpha_2 = 6^0 54',$$

ber. nach (2) $6^0 25'$, nach (1) $9^0 4'$.

2. Stärkere Konzentration:

$$\alpha_1 = 6^0 40' \quad \alpha_2 = 9^0 33',$$

ber. nach (2) $9^0 23'$, nach (1) $13^0 20'$.

3. Starke Konzentration:

$$\alpha_1 = 15^0 26' \quad \alpha_2 = 26^0 47',$$

ber. nach (2) $21^0 17'$, nach (1) $30^0 52'$.

Berücksichtigt man, daß der zweite Trog eine etwas kleinere als die doppelte Dicke des ersten Troges hatte, so sieht man, daß die gemessenen Werte von α_2 immer größer sind, als die nach (2) berechneten Werte. Aber die gemessenen Werte liegen in den beiden ersten Fällen den nach (2) berechneten Werten sehr nahe und jedenfalls weit unter den nach (1) berechneten Werten. Bei der starken Konzentration im Falle 3 dagegen liegt α_2 nahezu in der Mitte zwischen dem nach (1) und dem nach (2) berechneten Werte. Um diese Abweichung im Sinne der obigen Betrachtungen zu erklären, müßte man annehmen, daß der Faktor k für den polarisierten und unpolarisierten Anteil des auf den zweiten Trog fallenden Lichtes nicht gleich ist. Man müßte also setzen:

$$P_2 + D_2 = k \cdot P_1 \text{ und } D_1' = k' \cdot D_1.$$

Bezeichnet man noch das Verhältnis $k' k$ mit ε, so erhält man statt der obigen Gleichung (2) die Gleichung:

$$\cos 2\alpha_2 = \frac{P_1 + D_1}{P_1 + \varepsilon D_1} \cdot \cos^2 2\alpha_1,$$

die für $\varepsilon = 1$ in die Gleichung (2) übergeht. Soll diese Gleichung größere Werte für α_2 ergeben, als die Formel (2), so muß ε größer als 1 sein, d. h. der unpolarisierte Anteil muß mit einem größeren Betrage als der polarisierte Anteil von dem zweiten Troge durchgelassen werden, und dieser Unterschied würde nach den Ergebnissen der Beobachtung mit wachsender Konzentration steigen.

Sprechen diese Erwägungen gegen eine Proportionalität des Depolarisationswinkels mit der Zahl der getroffenen Teilchen, so erscheint von diesem Gesichtspunkte aus auch die Proportionalität mit der Konzentration zunächst auffallend und zweifelhaft. Herr Seip hat auch darüber noch einmal eine genaue Versuchsreihe ausgeführt, deren Ergebnisse ich in der folgenden Tabelle zusammenstelle.

Konzentration c:	100	95	90	85	80	75	70	60	55	50	40	30	25 Proz.
Depol.-Winkel α:	8.98	8.71	8.70	8.11	7.73	7.10	6.47	5.81	5.66	5.40	4.11	3.23	2.71°
$\frac{100 \cdot \alpha}{c}$:	8.98	9.15	9.65	9.53	9.65	9.47	9.25	9.65	10.25	10.80	10.25	9.65	10.80

Die untersuchte Suspension war, ebenso wie bei den anderen oben angeführten Versuchen, Borsäure in Petroleum. Die stärkste Konzentration war so gewählt, daß nach gutem Umrühren die Teilchen während der Messung schweben blieben und sich nicht sofort zu Boden setzten. Von dieser mit 100 bezeichneten Konzentration aus wurden die andern Konzentrationsgrade durch Verdünnen mit Petroleum erreicht. Hier ist nun aber doch der Depolarisationswinkel in der Tat der Konzentration durchaus proportional, wie es Herr Groll (s. o.) und für schwächere Konzentrationen Procopiu gefunden haben. Will man in den Verschiedenheiten der Zahlen der letzten Reihe einen gewissen Gang erblicken, so würde dieser dafür sprechen, daß mit wachsender Konzentration der Depolarisationswinkel etwas schwächer wächst als die Konzentration. Dem aber würden die Ergebnisse der Messungen Procopius widersprechen, der für allerdings wesentlich stärkere Konzentrationen (für Werte von α zwischen 11^0 und 23^0) eine Zunahme des Verhältnisses α/c findet. Daher dürften die Schwankungen der Werte von $100\,\alpha/c$ in der obigen Tabelle doch vielleicht auf Meßfehlern beruhen, die den Gang nur vortäuschen. Die Klärung dieser Verhältnisse bedarf weiterer Versuche und eingehenderer theoretischer Überlegungen.

Gießen, April 1924.

(Eingegangen 18. April 1924.)

Eine Bemerkung zu der Arbeit der Herren Thiel und Ritter über die Schmelzbarkeit des Kohlenstoffs usw.

Von J. Plotnikow.

In ihrer interessanten Arbeit[1]) haben die Verfasser manche Autoren, die sich ebenfalls mit der Lösung dieser und ähnlicher Fragen beschäftigt haben, nicht erwähnt. Deshalb erlaube ich mir die Verfasser noch auf folgende Literatur aufmerksam zu machen:

J. Plotnikow, 1. Zur Frage der Herstellung künstlicher Diamanten und der Verflüssigung der Kohle, Prometheus, XXX, Nr. 1555, S. 361, 1919; 2. Ein Erweichen und Biegen

1) Zeitschr. f. angew. und anorg. Chem. **132**, 153, 1923.

eines Kohlenstabes bei sehr hohen Temperaturen, Physik. Zeitschr. **19**, 520, 1918; 3. Dasselbe in ausf. Form, Ber. d. Petersb. Akademie 1917, S. 883.
J. Gmachl-Pammer, Notizen über das Erweichen des Kohlenstoffs, Wien. Akad. Ber. **129**, 6, 7, 1920; Wien. Monatshefte f. Chemie **41**, 6, 7, 1920.

Zagreb-Agram, 1. März 1924, Phys.-Chem. Inst. d. Königl. Techn. Hochschule.

(Eingegangen 24. März 1924.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Elektrodenlose Entladungen.

Von G. Mierdel.

Das Studium elektrodenloser Entladungen scheint deswegen von besonderem Wert zu sein, weil die Anwesenheit metallischer Elektroden innerhalb des Entladungsrohres gewisse Komplikationen und Fehlerquellen mit sich bringt, die die Übersicht über die beobachteten Erscheinungen erschweren und deshalb ihrer theoretischen Deutung große Schwierigkeiten bereiten können. Einmal pflegen die Elektroden allein durch ihre Anwesenheit gewissermaßen rein geometrisch die Homogenität und Symmetrie der Entladung zu stören, besonders dann, wenn sie, wie es bei derartigen Experimentaluntersuchungen oft der Fall ist, der Glaswand sehr nahe kommen, dann aber auch sind die den ganzen Mechanismus der Gasentladungen bestimmenden elektrischen Größen, wie z. B. der Kathodenfall, weitgehendst vom Elektrodenmaterial, dessen Oberflächenbeschaffenheit, Reinheit, eventuell Gasbeladung, elektrischen Doppelschichten usw. abhängig.

Dazu kommt wenigstens bei spektralanalytischen Untersuchungen ein Vorteil mehr praktischer Art in Betracht, daß sich nämlich ein Rohr ohne Innenelektroden im allgemeinen viel leichter und besser reinigen und entgasen läßt als bei Anwesenheit größerer metallischer Massen, so daß es auf diese Weise möglich sein wird, mit verhältnismäßig geringen Mitteln reine Versuchsbedingungen zu schaffen.

Demgegenüber muß man bei allen elektrischen Entladungen als beträchtlichen Nachteil den wesentlichen Umstand mit in Kauf nehmen, daß es sich hierbei naturgemäß ausschließlich um elektrische Wechselfelder meist hoher Frequenz handelt, so daß elektrische oder optische Messungen an den Entladungen wesentlich erschwert sind und überhaupt nur meist zeitliche Mittelwerte gemessen werden können. Neben einer örtlichen Veränderlichkeit der Raumladungen, Feldstärken, Elektronengeschwindigkeiten usw. ist hierbei also auch eine zeitliche Veränderlichkeit dieser Größen zu berücksichtigen. Bei Messungen von kritischen Feldstärken, Zünd- oder Anregungsspannungen sind derartige Schwierigkeiten natürlich unwesentlich.

Wir wollen für das Folgende den Begriff der „elektrodenlosen Entladung" dahin erweitern, daß wir hier auch diejenigen Entladungserscheinungen einordnen, bei denen zwar Elektroden vorhanden sind, diese aber mit dem Entladungsraum in keiner direkten Verbindung stehen, sondern von ihm durch die Glaswand der Entladungsröhre oder noch andere Dielektrika getrennt sind. In diesem Fall ist es klar, daß für eine Entladung nur zeitlich veränderliche Ströme in Frage kommen, die in Form von Verschiebungsströmen die isolierenden Schichten (Glas, Luft) durchsetzen. Bei allen derartigen Fällen handelt es sich also um das Problem des „geschichteten Kondensators", bei dem die eine Schicht eine relativ große und mit der Feldstärke veränderliche Leitfähigkeit aufweist. Die zweite Möglichkeit, Gasentladungen ohne Elektroden zu erzeugen, ist unter dem Namen „elektrodenloser Ringstrom" bekannt und beruht im wesentlichen auf elektromagnetischer Induktion seitens eines hochfrequenten magnetischen Wechselfeldes im Innern einer Spule. Dieser Fall repräsentiert einen im wahrsten Sinne elektrodenlosen Strom. Denn während die Entladungen des ersten Typs stets an der Glaswand des Entladungsrohres ansetzen, und es dabei an diesen Stellen zur vollen Ausbildung der charakteristischen kathodischen Glimmlichtgebilde kommt, stellt die Ringentladung einen in sich selbst geschlossenen Strom dar ohne irgendwelche Differenzierungen der elektrischen oder optischen Struktur längs der Strombahn.

Wir werden zweckmäßig die Entladungserscheinungen unter Verwendung von Außenelektroden (Teil 1) und den elektrodenlosen Ringstrom (Teil 2) gesondert behandeln.

1. Entladungen mit Außenelektroden.

a) Elektrische Eigenschaften.

Lädt man einen Kondensator, zwischen dessen Belegen sich ein passend evakuiertes Rohr ohne Elektroden befindet, gleichmäßig zunehmend auf ein hohes Potential auf, so entsteht innerhalb der Röhre ein elektrisches Feld, das, wenn seine Stärke groß genug ist, im Gasinhalt eine selbständige Ionenstoßentladung hervorbringt. Diese Entladung hat zur Folge, daß sich sofort die den Kondensatorplatten nächstliegenden Teile der inneren Glaswand entgegengesetzt der Ladung der benachbarten Platte aufladen, wodurch das elektrische Feld im Innern der Röhre abgeschwächt wird, bis die zur Aufrechterhaltung der Entladung notwendige Feldstärke unterschritten ist und die Entladung erlischt. Steigt die Potentialdifferenz der Kondensatorplatten immer noch mehr, so wächst auch die Feldstärke im Innern des Rohres wieder, bis die Röhre von neuem zündet und das Spiel sich wiederholt. Generell wird man also für die im Gase herrschende Feldstärke in ihrer Abhängigkeit von der Zeit den in Fig. 1 skizzierten Verlauf er-

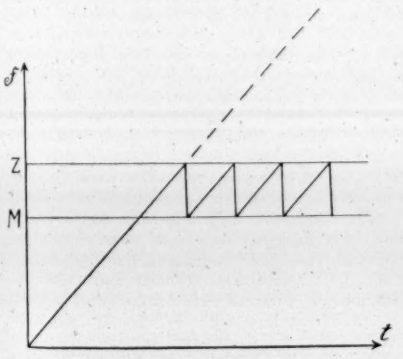


Fig. 1.

halten. Hier bedeuten Z die zum Zünden und M die zur Erhaltung der Entladung erforderliche Mindestfeldstärke. Die gestrichelte Linie stellt das Feld im Kondensatorraum dar, wenn die Röhre nicht vorhanden wäre.

Aus der Spannungsdifferenz des Kondensators, seinen Dimensionen und geometrischen Verhältnissen ließe sich auf diese Weise die zum Zünden der Entladung notwendige Mindestfeldstärke bestimmen. In der Absicht, nach dieser Methode genaue Werte für die kritische Feldstärke zu erhalten, stellte O. Lehmann[55]) eine evakuierte Glaskugel in die Nähe einer frei im Raume stehenden Konduktorkugel auf, die er langsam auf immer höheres Potential auflädt. Dabei zeigt es sich nun, daß die nicht vollständig zu beseitigende Leitfähigkeit der inneren Glaswandung eine störende Rolle spielt. Das Aufleuchten erfolgt nämlich nicht immer genau bei demselben Potentialwert des Konduktors, sondern tritt zuweilen auch bei konstant gehaltener Ladung nach einiger Zeit spontan ein. In sehr instruktiver Weise hat O. Lehmann den Einfluß der Glasleitfähigkeit folgendermaßen demonstriert. Ein drei Meter langes evakuiertes Rohr ist an beiden Enden mit Außenelektroden versehen, an die mit Hilfe einer Akkumulatorenbatterie eine konstante Gleichspannung von ca. 2000 Volt gelegt ist. Wir müssen nach dem oben Gesagten erwarten, daß jetzt ein dauernder Strom durch die Röhre nicht fließen kann. Tatsächlich beobachtete Lehmann ein kurzes Aufleuchten des Rohres in regelmäßigen Intervallen von etwa 1 Sekunde. Diese Beobachtung erklärt sich ungezwungen durch die Annahme einer geringen Leitfähigkeit der inneren Glaswand, so daß sich die bei jeder momentanen Entladung entstehenden Wandladungen ausgleichen können. Dies führt automatisch zur Erhöhung des inneren Potentialgradienten und schließlich zum Durchbruch der Gasstrecke. Da im Moment des Aufleuchtens infolge der Wandladungen usw. die Verhältnisse bezüglich der elektrischen Feldverteilung natürlich unübersehbar sind, ist es auf diese Weise unmöglich, zu genauen Werten für die kritische Feldstärke zu gelangen.

Nun muß es natürlich auch gelingen, das Gas ohne Innenelektroden zum Aufleuchten zu bringen, wenn man die Änderung des Potentialgradienten statt durch allmähliches Aufladen eines Konduktors oder Kondensators bei unveränderter geometrischer Anordnung durch Veränderung der Lage des Rohres im zeitlich konstanten elektrischen Feld hervorruft. Hierhin gehört die bekannte, zuerst wohl von Hawksbee[38]) erwähnte Erscheinung, daß ein elektrodenloses Vakuumrohr aufleuchtet, wenn man es einem geriebenen Glasstab nähert. In eleganter Form haben O. Lehmann (l. c.) und fast gleichzeitig Rimington und Smith[65]) durch Bewegung von Entladungsröhren in ruhenden elektrostatischen Feldern Aufleuchten derselben erhalten: Sie ließen ein zylindrisches evakuiertes Glasrohr zwischen den Platten P eines geladenen Kondensators sich um eine Achse senkrecht zur Feldrichtung drehen (Fig. 2). Jedesmal wenn die auf die ganze Rohrlänge fallende Potentialdifferenz und somit die Feldstärke im Innern des Rohres einen gewissen von Gasinhalt, Druck usw. abhängigen Wert erreicht hat, setzt

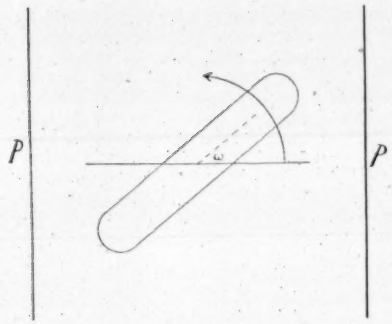


Fig. 2.

die Entladung ein, die Wandladungen bilden sich usf. In ganz bestimmten Lagen, die übrigens von der Drehgeschwindigkeit unabhängig zu sein scheinen, wird also die Röhre jedesmal aufleuchten, und man kann aus der Messung des Winkels ω, bei dem das erste Aufleuchten eintritt, die kritische Feldstärke berechnen unter der Voraussetzung, daß durch die Anwesenheit des Rohres das homogene Kondensatorfeld nicht merklich verzerrt wird. Jervis-Smith[43]) läßt eine Kugel im Feld eines Plattenkondensators rotieren und beobachtet ein die ganze Kugel erfüllendes diffuses Leuchten.

Das Auftreten von Wandladungen und die damit verbundene Abschirmung des äußeren Feldes spielt auch eine wesentliche Rolle bei den früher oft mit negativem Erfolg angestellten Versuchen, Kathodenstrahlen durch einen außen angelegten Kondensator abzulenken. Wo bei derartigen Anordnungen trotzdem eine dauernde Ablenkung eintrat, konnten E. Wiedemann und G. C. Schmidt[91]) zeigen, daß sie auf einer Verlegung des Ansatzfleckes der Kathodenstrahlen beruhte. Erst J. J. Thomson[84]) arbeitete nach dem Vorgang von Hertz mit Innenkondensator und konnte so als erster die elektrostatische Ablenkung der Kathodenstrahlen einwandfrei nachweisen; erst dadurch wurden alle bis dahin bestehenden Zweifel an der Auffassung der Kathodenstrahlung als Korpuskularstrahlung restlos beseitigt. Tatsächlich gelingt es jetzt auch mit Außenelektroden, die elektrostatische Ablenkung der Kathodenstrahlen nachzuweisen; man muß nur, wie aus obigen Darlegungen hervorgeht, veränderliche Felder, am besten Wechselfelder verwenden, wie es zuerst H. Ebert[22]) gemacht hat, unter Verwendung einer Wechselspannung von 1500 Volt und einer Frequenz von 500 sec^{-1}.

Die Verwendung von nieder- und hochfrequenten Wechselfeldern ist natürlich für das Studium der elektrodenlosen Entladungen ungleich bequemer als die bisher behandelten Methoden, die mit einmaligen Aufladungen eines Kondensators oder mit Bewegungen von Röhren im elektrostatischen Feld arbeiten. Als Beispiel für die Anwendung niederfrequenten Wechselstroms diene die von W. Siemens[74]) angegebene Ozonröhre. Hier haben wir zwischen den beiden Elektroden, die als koaxiale Zylinder ausgebildet sind, zwei ebenfalls zylindrische Glasschichten als Dielektrikum und dazwischen den Gasinhalt. Als Stromquelle dient hochgespannter Wechselstrom, der als reiner Verschiebungsstrom die Glaswände und als Verschiebungs- und Leitungsstrom das Gas durchsetzt. Solange die äußere Spannung kleiner ist als ein bestimmter Minimalwert, geht keine Entladung durch das Gas hindurch und die Röhre verhält sich wie ein gewöhnlicher geschichteter Kondensator. Wird aber jetzt diese Potentialdifferenz überschritten, so tritt selbständige Ionenstoßentladung im Gase ein, die inneren Wände beladen sich mit das Feld im Innern schwächenden Ladungen, bis die zur Aufrechterhaltung der Entladung notwendige Mindestpotentialdifferenz M unterschritten ist und die Entladung erlischt. Das Spiel kann sich natürlich während ein und desselben Potentialanstieges mehrfach wiederholen, so daß wir in jeder Halbwelle der Spannung eine große Anzahl Entladungsstöße im Gase haben (disruptive Entladung). Unter gewissen vereinfachenden Annahmen, z. B. der, daß die eine Elektrode momentan aufgeladen und mit dem Polwechsel solange gewartet wird, bis die von der vorhergehenden Aufladung herrührenden Verschiebungs- und Leitungsströme abgeklungen sind, also bezüglich des rein elektrostatischen Problems und unter Umgehung der eigentlichen ionenkinetischen Schwierigkeiten kann man zu Beziehungen zwischen leicht meßbaren elektrischen Größen kommen ([90, 70, 31, 32]), die sich durch Versuche bestätigen lassen. Gray[31]) macht zuerst darauf aufmerksam, daß für die Ozonbildung in derartigen Röhren natürlich nur der Leitungsstrom in Frage kommt, während ältere Arbeiten die Ozonausbeute ausschließlich auf den der direkten Messung zugänglichen Gesamtstrom beziehen, und kommt auf Grund eigener Messungen zu dem Ergebnis, daß die Ozonausbeute unabhängig vom Elektrodenpotential und sehr nahe proportional der Stärke des Leitungsstromes ist.

Die Erscheinungen, die elektrodenlose Röhren im Hochfrequenzfeld darbieten, sind sehr eingehend und systematisch zuerst von H. Ebert und E. Wiedemann[23–26]) untersucht worden. Sie bedienten sich dabei ausschließlich der

Lecherschen Anordnung. Die zu untersuchenden Röhren wurden zwischen oder neben die Platten des Endkondensators gebracht. Es zeigte sich, daß die Erscheinungen um so heller und schärfer ausgeprägt sind, je kleiner die Dämpfung des Systems gemacht wird, während die Gegenwart leuchtender Gase selbst keinen Einfluß auf die Lage der Knoten auf den Lecherdrähten hat.

Als typisches Bild der Entladung in einem zylindrischen Rohr zwischen den Endkondensatorplatten diene die schematische Fig. 3. In-

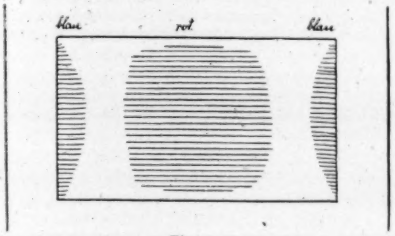


Fig. 3.

folge Fehlens jeglicher Ventilwirkung ist selbstverständlich die ganze Entladungserscheinung symmetrisch zur Mittellinie angeordnet. Die beiden den Elektroden zunächstgelegenen in Luft blauen Schichten und die in der Mitte befindliche rote Lichtsäule lassen sich unschwer als negatives Glimmlicht bzw. positive Säule identifizieren. Der Faradaysche Dunkelraum ist stets deutlich erkennbar, die positive Säule ist immer ungeschichtet. (Über die gelegentliche Beobachtung von Schichten vgl. weiter unten.) Das Vorhandensein des Faradayschen Dunkelraums deutet darauf hin, daß die oben skizzierte Struktur auch wirklich vorhanden ist und nicht etwa nur dem Auge durch Superposition zweier, im schnellen Wechsel aufeinanderfolgender Entladungsbilder vorgetäuscht wird; wäre dies der Fall, so müßte man nämlich ein die ganze Röhre ausfüllendes rotes Licht mit blauen Rändern an den Elektroden erwarten. Es ist also auch tatsächlich an der jeweiligen Anode eine positive Raumladung und ein dadurch bedingter hoher Potentialfall vorhanden, was durchaus plausibel erscheint, wenn man annimmt, daß die kathodischen Gebilde wegen ihrer Trägheit dem raschen Potentialwechsel (10^8 sec^{-1}) nicht so schnell zu folgen imstande sind wie die anodischen[25]).

Bezüglich der Schichtdicke, der Dicke des Dunkelraumes und ihrer Abhängigkeit vom Druck gelten natürlich dieselben Regeln wie bei der gewöhnlichen Entladung mit Innenelektroden. Auch ist bei Röhren verschiedener Länge cet. par. nur die Länge der positiven Säule veränderlich, alle andern Dimensionen und geometrischen Verhältnisse bleiben erhalten.

Wegen der Absorption von Energie aus dem Schwingungsfelde muß natürlich eine leuchtende Röhre einen elektrodynamischen Schatten werfen, d. h. sie schirmt andere in ihrer Nähe befindliche Röhren gegen das Wechselfeld ab. Moser[61]) hat diese Schirmwirkung an zwei ineinander gesteckten Röhren untersucht, wobei der Druck in der umhüllenden Röhre variiert wurde. Er konnte so zeigen, daß die Schirmwirkung und damit auch die Energieabsorption bei einem gewissen Druck von der Größenordnung 1 mm ein Maximum hat und bei weiterer Evakuation wieder bis auf null abnimmt. Ebert und Wiedemann[24]) beobachteten eine Schirmwirkung, die sich auf gewisse Entfernung auch nach der Seite und sogar nach vorn erstreckt.

Wie bei den gewöhnlichen Entladungen mit Innenelektroden gibt es auch hier bei gegebenen Anregungsbedingungen einen begrenzten Druckbereich, innerhalb dessen das Rohr anspricht. Der Optimaldruck ist im allgemeinen kleiner als bei Innenelektroden, und der Minimaldruck verschiebt sich wie üblich mit wachsenden Gefäßdimensionen nach kleineren Werten, was verständlich ist, wenn man annimmt, daß das Verhältnis der freien Elektronenweglänge zu den Gefäßabmessungen eine Rolle spielt. Auffallend ist allerdings eine von C. Gutton, S. K. Mitra und V. Ylöstalö[33]) in einer später noch genauer zu besprechenden Publikation erwähnte Erscheinung bezüglich der Druckabhängigkeit der elektrodenlosen Entladung. Ein zylindrisches Rohr mit eng anliegenden großen Außenelektroden wird mit Wechselstrom hoher Periodenzahl betrieben. Es zeigt sich, daß bei sehr hohen Frequenzen (ca. 10^6 sec^{-1}) das Stadium der grünen Glasfluoreszenz bei sehr viel höheren Drucken (1,4 mm) als sonst erhaltbar ist und daß im Rohrlumen befindliche Körper noch bei 0,5 mm Druck scharf konturierte Schatten auf den Fluoreszenzfleck werfen.

In Analogie mit gewöhnlichen Entladungen wird man auch hier einen Unterschied zwischen der zum Zünden und zum Fortbestehen der Entladung erforderlichen Potentialdifferenz erwarten können. Direkt zeigt sich ein solcher Unterschied an der bekannten Tatsache, daß ein evakuiertes Rohr im Felde eines Teslatransformators in gewisser Entfernung von der Spule zum Leuchten erregt wird, während man es von dieser Stelle beträchtlich entfernen kann, ehe die Entladung aussetzt[40, 62]). Die zum Zünden erforderliche Feldstärke im Innern des

Rohres hängt, wie wir weiter unten sehen werden, von Druck und Frequenz ab und ist von der Größenordnung 30 Volt/cm.

H. Brusch[11]) hat als erster versucht, die Erscheinungen der Entladung mit Außenelektroden auch nach der quantitativen Seite näher zu untersuchen. Er arbeitet mit Sonden und nimmt dadurch von vornherein die damit verbundenen bekannten Fehlerquellen in Kauf, was bei derartigen hochfrequenten Wechselströmen und disruptiven Entladungen einigermaßen bedenklich erscheint. Untersucht werden von ihm zwei Röhrenformen, die erste im Prinzip dem Gehrckeschen Glimmlichtoszillographen ähnlich, aber die Elektroden mit einer dünnen Glasschicht bedeckt, die zweite zylindrisch mit ebenen Außenelektroden an beiden Enden. Als Stromquelle benutzt er einen mit 50 per. Wechselstrom betriebenen Transformator. Bei derartig langsamem Polwechsel hat die Entladung hinreichend Zeit, sich der neuen Stromrichtung gemäß umzustellen und in normaler Weise auszubilden, so daß im rotierenden Spiegel die beiderseitigen typischen Entladungsbilder sichtbar werden. Gemessen werden die Momentanwerte der Sondenspannungen und zwar mittels eines der Joubertschen Scheibe nachgebildeten mit dem benutzten Wechselstrom synchron laufenden Kontaktapparates, der die verschiedensten Phasen einzustellen gestattet. Als Resultat einer Messung mit 7 auf die ganze Rohrlänge verteilten Sonden ergibt sich qualitativ der übliche Potentialverlauf der ungeschichteten Entladung. Bemerkenswert ist die Abhängigkeit des Kathoden- und Anodenfalls vom Druck. Es zeigt sich nämlich ein langsames Abnehmen des Kathodenfalles bei wachsender Evakuation bis auf etwa die Hälfte des normalen Wertes, worauf ein etwas schnellerer Anstieg folgt. Der Anodenfall dagegen steigt bei abnehmendem Druck außerordentlich rasch zu auffallend hohen Werten an, überschreitet ein scharf ausgeprägtes Maximum, um dann sehr schnell auf kleine Werte herabzusinken. Die Fig. 4 zeigt in rohen Zügen dies Verhalten. Über die absolute Größe des Kathodenfalls wäre zu bemerken, daß der bei Hartgummi und Siegellack gefundene Wert von ca. 260 Volt der Größenordnung nach durchaus mit den üblichen Werten an metallischen Kathoden übereinstimmt. Der für Glas gefundene Wert von ca. 140 Volt erscheint allerdings recht klein. Dies mag seinen Grund haben in einer allmählichen Bedeckung der inneren Glaswand mit metallischem Natrium, die nach Campbell-Swinton[13]) durch oberflächliche Zersetzung des Glases in elektrodenlosen Röhren stets eintreten soll.

Wie die Aufnahme der Spannungskurve und

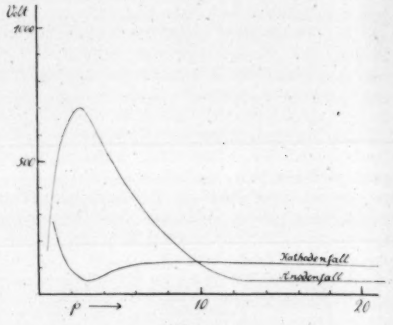


Fig. 4.

die Betrachtung des Rohres im rasch rotierenden Spiegel erkennen lassen, ist die Entladung diskontinuierlich und besteht während jeder Periodenhälfte aus einer sehr großen Anzahl von Einzelentladungen.

Auch K. Przibram[62]) hat durch Sondenmessung an einem langen im Teslafeld leuchtenden Rohre den Spannungsverlauf längs der Entladungsbahn gemessen und zwar in einer geschichteten Entladung. Abgesehen von einer nebenbei erwähnten Beobachtung von H. Ebert und E. Wiedemann[25]) scheint Przibram als einziger das Auftreten geschichteter elektrodenloser Entladungen beobachtet zu haben. Er arbeitete mit ziemlich primitiven Mitteln (Funkenmikrometer zur Messung der Sondenspannung) und kann daher nur rohe Werte bekommen. In Analogie mit der gewöhnlichen Entladung spiegelt sich auch hier die optische Inhomogenität des Entladungsbildes in einer Periodizität des Feldverlaufs wieder. Jedoch scheint hier der Mechanismus der Schichtung ein anderer zu sein als sonst; dafür spricht erstens die verhältnismäßig große Schichtlänge bei großen Drucken, zweitens die Unabhängigkeit der Schichtlänge vom Druck. Interessant wäre auch die Abhängigkeit der Schichtlänge von der Frequenz. Leider werden hierüber keine Angaben gemacht.

Aus den eingangs erwähnten Gründen liegt es nahe, mit elektrodenlosen Röhren die elektrische Durchbruchsfestigkeit von Gasen zu messen, da man auf diese Weise hoffen kann, zu Werten zu gelangen, die für das betreffende Gas als solches charakteristisch sind und nicht noch von anderen Faktoren abhängen. Derartige Messungen mehr qualitativer Art hat zunächst O. Lehmann[55]) angestellt. Er nähert ein Entladungsrohr einem geladenen Konduktor bekannten Potentials, bis das Gas momentan aufleuchtet. Das Aufleuchten geschieht natür-

lich in um so größerer Nähe des Konduktors, je größer die elektrische Festigkeit des Gases ist. Man kann mit diesen einfachen Mitteln natürlich keine Absolutwerte für die Festigkeit erhalten, wohl aber recht gut zu relativen Werten für die einzelnen Gase gelangen.

Diese Messungen wurden wiederholt und erweitert durch K. Przibram[62]), der folgende Gesetzmäßigkeiten aufstellte: 1. Mit abnehmendem Druck nimmt die kritische Feldstärke auch ab. Dies steht im Einklang mit den Messungen von Brusch[11]), der für die Feldstärke-Druckabhängigkeit eine den Entladungsverhältnissen mit Innenelektroden entsprechende Kurve erhält. 2. Je größer das Gefäß, desto kleiner die kritische Feldstärke.

Die Abhängigkeit der kritischen Feldstärke von Druck und Rohrdurchmesser läßt sich rein empirisch durch eine einfache Formel wiedergeben. W. Matthies[60]) und E. Bouty[9, 10]) machen auf die unter Umständen recht lang andauernde Restionisation aufmerksam, die bei einer wiederholten Zündung die kritische Feldstärke erheblich herabsetzen kann. Die angegebene Abklingzeit von etwa 10 Minuten scheint jedoch viel zu hoch zu sein und widerspricht den üblichen Vorstellungen von der Rekombinationszeit, die nach Messungen von E. Rumpf[69]) und neuerdings R. Seeliger[72]) von bedeutend kleinerer Größenordnung (10^{-3} Sekunden) sein dürfte. Allerdings wird man vermuten können, daß bei Gegenwart metallischer Oberflächen der Rekombinations- und Diffusionsvorgang bedeutend schneller sich abspielt als in elektrodenlosen Röhren. Vielleicht spielen hierbei auch Erscheinungen, die mit der Rückstandsbildung in Leidener Flaschen zusammenhängen und bisher bei derartigen Untersuchungen wenig beachtet wurden, eine störende Rolle.

Erheblich genauere Messungen der Durchbruchsfeldstärke sind von E. Bouty[3–8]) angestellt worden, und zwar in folgender Weise: Das Potential eines Kondensators, zwischen dessen Platten sich das Entladungsgefäß befindet, wird langsam so weit gesteigert, bis die Entladung eintritt. Nach dieser Methode wird eine große Anzahl von Gasen und Dämpfen untersucht. Die Abhängigkeit der Durchschlagsfestigkeit vom Gasdruck läßt sich sehr gut genähert durch eine dem Paschenschen Gesetz entsprechende Formel wiedergeben. Eine Zusammenstellung der beobachteten Werte geben W. A. Roth und K. Scheel[68]).

In neuerer Zeit haben C. Gutton, S. K. Mitra und V. Ylöstalö[33]) sehr saubere und sorgfältige Messungen der kritischen Feldstärke veröffentlicht und zwar sowohl an Röhren mit Innen-, wie mit Außenelektroden. Gemessen wird hier nicht wie in den vorerwähnten Untersuchungen bei einmaligem Durchbruch (statische Zündung), sondern unter Verwendung von hochfrequentem Wechselstrom. Die Frequenzen sind zum Teil so hoch, daß hierbei im Gegensatz zu früheren Arbeiten eine beträchtliche Restionisation für jede neue Zündung in Frage kommen dürfte. Zur Erzeugung der Schwingungen wird ein Röhrengenerator benutzt. Für eine feste Frequenz wird durch Steigerung der Röhrenheizung die Spannung langsam so weit erhöht, daß der Durchbruch des Gases erfolgt. Die so aufgenommenen Spannung-Druckkurven haben stets bei allen zur Verwendung gelangenden Frequenzen (50 — etwa $2 \cdot 10^6$ sec^{-1}) denselben Verlauf wie die bekannten Paschenschen Kurven der Minimumpotentiale (Fig. 5).

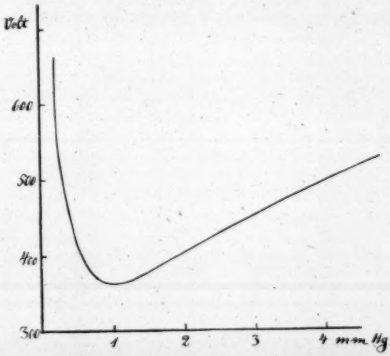


Fig. 5.

Ein merkwürdiger Unterschied besteht aber zwischen dem Fall der Innen- und Außenelektroden. Es nimmt nämlich im ersten Fall bei konstantem Druck die Zündspannung mit der Frequenz stets zu, während sie im Fall der Außenelektroden bei kleinen Drucken zunimmt, bei großen aber abnimmt; bei mittleren Drucken ergeben sich für die Zündspannung-Frequenzabhängigkeit Kurven, die bei bestimmten Frequenzen ein Minimum besitzen. Die Lage dieses Minimums hängt von den Rohrdimensionen ab, weniger vom Druck, und ist von der Größenordnung 10^5 sec^{-1}. Zeichnet man also nach Art der Fig. 5 für verschiedene Frequenzen die Kurven auf, so erhält man für Außenelektroden eine Schar von sich schneidenden Kurven, während sie im ersten Fall einander weitgehendst parallel laufen, sich jedenfalls nicht schneiden.

Abgesehen von derartigen Einzelheiten kann man wohl sagen, daß im allgemeinen wenigstens

in elektrischer Beziehung keine prinzipiellen Unterschiede zwischen Entladungen mit und ohne Innenelektroden bestehen.

b) Optische Eigenschaften.

Über die optischen Eigenschaften der elektrodenlosen Entladungen liegen noch recht wenig Arbeiten vor. Es scheint hier die Fülle der Erscheinungen und ihre Mannigfaltigkeiten von einem eingehenden systematischen Studium abgeschreckt zu haben. H. Ebert und E. Wiedemann machen in ihren grundlegenden Untersuchungen (l. c.) auf die große Ökonomie der Lichtemission derartiger Vakuumentladungen aufmerksam. Überschlagsrechnungen führen zu erstaunlich geringen Werten für die zur Lichtanregung erforderliche Energie, so daß die Verwendung derartiger Erscheinungen als Lichtquellen naheliegt. In praktischer Ausführung liegt nur die von H. Ebert[21]) angegebene Hochfrequenzluminiszenzlampe vor (Fig. 6). In-

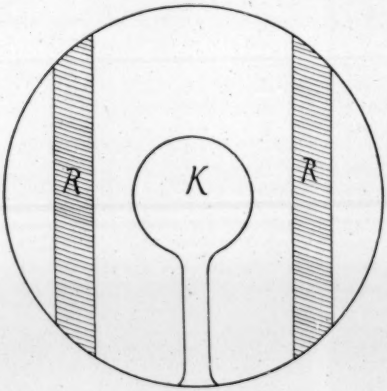


Fig. 6.

mitten einer ziemlich hoch evakuierten Glaskugel von 10 cm Durchmesser befindet sich ein mit grünlich fluoreszierender Substanz bestrichener Knopf K. Auf der Außenseite des Entladungsgefäßes sind zwei Stanniolringe R als Elektroden aufgeklebt, die mit der Hochfrequenzapparatur verbunden werden. Es gehen dann von der inneren Glaswand unter den Elektroden kaum sichtbare Kathodenstrahlen aus, die die fluoreszierende Substanz K zu hellem Leuchten erregen. Die Lampe soll etwa 2000 mal ökonomischer sein als die Normal-Hefnerkerze; ihre Helligkeit läßt sich bequem auf 0,03 HK steigern. Trotz ihrer großen Ökonomie — der von Ebert selbst angegebene Wert $5 \cdot 10^{-5}$ Watt/HK kann natürlich nicht richtig sein, da die optisch wirksame Gesamtstrahlung einer Hefnerkerze eine Energie von ca. 0,1 Watt repräsentiert — wird die Lampe wegen ihrer verhältnismäßig komplizierten Erregungsart als Lichtquelle kaum in Betracht kommen können.

Spektroskopische Untersuchungen mehr orientierender Art hat zuerst ebenfalls H. Ebert[21]) angestellt, und zwar an Jod, Brom und Wasserstoff. Er sucht nach einer Abhängigkeit der spektralen Intensitätsverteilung von der Frequenz des anregenden Schwingungskreises und findet, daß sich mit wachsender Frequenz der spektrale Schwerpunkt der Intensität nach kürzeren Wellenlängen verschiebt.

Eingehendere Untersuchungen auf diesem Gebiet sind von R. Lawson[50]) angestellt worden, rein aus dem Bestreben heraus, die Struktur der Spektren unter möglichst vielseitigen Anregungsbedingungen zu studieren. Er benutzt die ungedämpften Schwingungen einer Poulsenlampe. Als Außenelektroden dienen Quecksilbernäpfe, in die die Röhre eintaucht. Zunächst ergab sich als allgemein gültig die Unabhängigkeit von der Frequenz bei sonst gleichbleibenden Verhältnissen. Dieses Resultat steht im Widerspruch mit der oben erwähnten Feststellung Eberts bezüglich der Verlagerung der Intensitätsverteilung, der sich aber aufklärt im Sinne Lawsons durch die Annahme, daß bei den Ebertschen Versuchen der Strom nicht konstant blieb, sondern mit wachsender Frequenz naturgemäß zunahm, so daß die Intensitätsänderung einzelner Spektralzonen ausschließlich auf Konto der Stromänderung zu setzen ist. Ein ähnlicher Fall trat bei den Lawsonschen Messungen bei Argon ein: hält man die Frequenz konstant und steigert lediglich die Stromstärke, so resultiert eine Schwächung des roten und eine Zunahme des blauen Spektrums, also eine Intensitätsverlagerung nach kürzeren Wellen, ganz in Übereinstimmung mit den Ebertschen Resultaten. Allgemein läßt sich wohl auch hier vermuten, daß cet. par. mit wachsender Stromdichte die Intensitätsverteilung wegen des damit verbundenen größeren Potentialgradienten zugunsten der Linien höherer Anregungsspannung sich verschiebt. Den gleichen Effekt muß auch eine Druckabnahme haben, denn infolge der größeren freien Weglänge der Elektronen ändert sich ihre Geschwindigkeitsverteilung zugunsten der größeren Werte. Die Lawsonschen Ergebnisse rechtfertigen weitgehendst diese Vermutung. In Stickstoff z. B. erscheinen bei hohem Druck nur die positiven Banden, während bei Druckerniedrigung auch die negativen sichtbar

werden (bei konstanter Stromstärke). Den gleichen Habitus finden wir bei Wasserstoff bezüglich seines Viellinienspektrums und der Balmerserie. Im Sauerstoff zeigt sich eine interessante Temperaturabhängigkeit der Lichtemission, während bei Zimmertemperatur das Compound-Linienspektrum allein auftritt, erscheint erst bei der Temperatur der festen Kohlensäure ein kontinuierliches Spektrum. Ob dieser Temperatureffekt von einer direkten Beeinflussung der Sauerstoffentladung oder von der vollständigen Beseitigung des Quecksilberdampfes herrührt, läßt sich aus der Arbeit nicht entnehmen.

2. Der elektrodenlose Ringstrom.

a) Grundlegende Erscheinungen.

Der elektrodenlose Ringstrom wurde im Jahre 1884 von W. Hittorf[41]) entdeckt, wurde aber erst 7 Jahre später von J. J. Thomson[82]) eingehender untersucht. Die zur Erzeugung des Ringstroms gebräuchliche Schaltung ist in Fig. 7

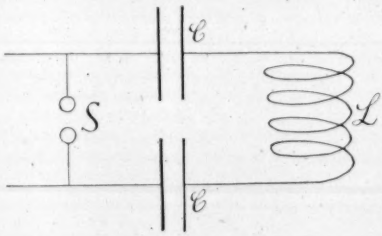


Fig. 7.

gegeben. Der aus den Kapazitäten C und der Selbstinduktion L bestehende Schwingungskreis wird durch die Funkenstrecke S angeregt. Bei genügender Spannung beginnt eine in L hineingeschobene passend evakuierte Glaskugel zu leuchten, und zwar zeigt sich bei verhältnismäßig hohen Drucken ein heller Ring in der Ebene der Spule, der sich bei wachsender Evakuierung des Gefäßes immer mehr verbreitert, bis schließlich die ganze Kugel von einem diffusen Licht erfüllt ist. Wird das Auspumpen noch weiter fortgesetzt, so nimmt die Lichtstärke der Erscheinung ab, und bei einem bestimmtem Druck erlischt plötzlich die Entladung, wenigstens dann, wenn man den Quecksilberdampf fernhält. Die Ringentladung ist also nur in einem gewissen ziemlich scharf begrenzten Druckintervall erhältlich; die das Intervall bestimmenden Grenzen hängen naturgemäß von der Art der Erregung (Frequenz, Stromstärke, Windungszahl der Spule), Größe des Gefäßes und Gasinhalt ab.

Bezüglich der Natur des Ringstroms liegt zunächst die Vermutung nahe, die bereits Hittorf (l. c.) ausgesprochen hat, daß nämlich das innerhalb der Spule liegende mit hoher Wechselzahl pulsierende Magnetfeld in dem Gas durch reine elektromagnetische Induktion einen Wirbel elektrischer Kraft erzeugt, der bei hinreichender Intensität den Durchbruch des Gases und damit das Einsetzen der Ringentladung hervorruft. Der leuchtende Ring wäre in diesem Falle etwa die sekundäre Windung eines kernlosen Transformators. Daß eine solche Annahme a priori gerechtfertigt erscheint, ergibt sich aus einer Abschätzung der im Innern einer solchen Spule tatsächlich auftretenden Feldstärke. Nehmen wir z. B. die von J. Zenneck[94]) beschriebene Anordnung zur Erzeugung des elektrodenlosen Ringstroms, so ergibt sich nach seinen eigenen Angaben längs der Peripherie des von ihm benutzten Entladungsgefäßes eine gesamte E.M.K. von 11750 Volt, und da der Durchmesser der Kugel 46,5 cm betrug, haben wir am Umfange, also dort, wo der Ringstrom zuerst auftritt, eine Feldstärke von 82 Volt/cm, die nach unsern bisherigen Erfahrungen über die elektrische Festigkeit der Gase zum Durchbruch ausreichend sein würde.

Trotzdem sind von mehreren Autoren Einwände gegen eine derartige Auffassung des Ringstromes als einer rein elektromagnetischen Induktionswirkung erhoben worden, und von verschiedenen Seiten wurde die Vermutung ausgesprochen, die wesentliche Ursache für die Entstehung des Ringstromes seien die von der Spule herrührenden elektrostatischen Kraftfelder. Infolge der großen Impedanz der Spule bestehen nämlich an ihrem Ende große wechselnde Spannungsdifferenzen, die sich nach Art der im ersten Abschnitt behandelten Entladungsformen durch den Gasraum hindurch ausgleichen können. Zuerst hat O. Lehmann[58]) hierauf aufmerksam gemacht und zwar auf Grund folgender Beobachtung: Stellte er ein zu einem Kreise zusammengebogenes Rohr so, daß seine Ebene mit der Ebene der vom Hochfrequenzstrom durchflossenen Spule parallel liegt, so blieb das Rohr dunkel, während es in einer Stellung senkrecht dazu an gewissen Stellen hell aufleuchtete. Da man nun gerade im ersten Falle auf Grund der Hittorfschen Auffassung des Ringstromes als eines Induktionsphänomens helles Leuchten und im zweiten Falle Dunkelheit erwarten sollte, so schloß Lehmann, daß der Ringstrom ein durchaus elektrostatisches Gebilde sei. Demgegenüber läßt sich allerdings der Einwand machen, daß Lehmann mit riesigen Spulen und Rohrdimensionen arbeitete (1,5 m Durchmesser), so daß in der ca. 4,5 m langen Gasstrecke der Potentialgradient zu klein gewesen

ist, um das Gas zu durchbrechen. Außerdem wirkt natürlich ein enges Rohr nachteiliger auf die Entstehung der Ringentladung ein als ein weites kugeliges Lumen; die in Richtung des induzierten elektrischen Feldes beschleunigten Elektronen haben nämlich, worauf J. Stark[75]) hingewiesen hat, infolge der Zentrifugalkraft das Bestreben, in tangentialer Richtung aus der Entladungsbahn heraus zu fliegen und werden dann natürlich um so eher die Wand erreichen und so für weitere Stoßionisation ausgeschaltet werden, je enger das Rohr ist.

Daß unter gewissen Umständen zweifellos eine elektrostatische Einwirkung eintritt, geht deutlich aus einer diesbezüglichen Beobachtung von N. Tesla[81]) hervor. Tesla bedeckte die Kugel mit Stanniol und fand dann, daß sie, in geeigneter Weise angeregt, weniger hell aufleuchtete, wenn der Stanniolüberzug geerdet wurde. Daß E. C. Rimington[64]) gerade ein umgekehrtes Verhalten fand, nämlich helleres Leuchten bei Erdung der Hülle, zeigt, wie sehr die Erscheinungen von der speziell benutzten Anordnung abhängen, und wie wenig sich die Ergebnisse der verschiedenen Autoren miteinander vergleichen lassen. Aus diesem Grunde stehen einer fruchtbaren Diskussion des vorhandenen umfangreichen Tatsachenmaterials große Schwierigkeiten entgegen.

Man hat vielfach versucht, Verhältnisse zu konstruieren, bei denen die Wirkung entweder des elektrischen oder des magnetischen Feldes ausgeschaltet wird. So z. B. stellte E. Lecher[52]) zwischen Kugel und Spule einen parallel zur Spulenachse geschlitzten Stanniolschirm, um so die Kugel vor den elektrischen Feldern der Spule weitgehendst zu schützen. Das Resultat war, daß sich mit dieser Anordnung kein Ringstrom erzeugen ließ. Erst wenn man zwei an das Gefäß gelegte Außenelektroden mit den Spulenenden verbindet, bekommt man einen hellen Ringstrom. A. Steiner[76]) benutzte zwei gleiche miteinander kommunizierende Entladungsgefäße: Um das eine (1) legte er eine Spule, das zweite (2) besaß zwei Außenelektroden, die mit den Enden der Spule verbunden waren. In 2 waren also nur elektrostatische Kräfte wirksam, während in 1 die normalen Verhältnisse zur Ringstromerzeugung bestanden. Das Resultat war, daß beide Gefäße aufleuchteten, und zwar 1 stärker als 2. Lecher und Steiner glaubten aus ihren Versuchen schließen zu müssen, daß die elektrodenlose Ringentladung erst durch die Anwesenheit eines elektrostatischen Feldes bedingt sei. Die Wirkung des magnetischen Feldes der Spule besteht dann darin, die schon gebildeten Ionen nach außen zu drängen und zu einem Ring zu ordnen.

Daß aber auch durch reine elektromagnetische Induktion ohne Anwesenheit elektrostatischer Kräfte Ionisation entstehen kann, ist durch einen bemerkenswerten Versuch von J. Härdén[24]) nachgewiesen worden (Fig. 8). Sp_1 ist eine von

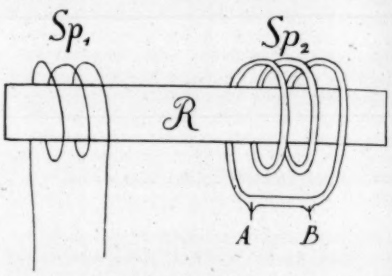


Fig. 8.

hochfrequenten Wechselströmen durchflossene Spule aus wenigen Windungen. Sp_2 ist ein zur Spule von drei Windungen gebogenes evakuiertes Glasrohr mit zwei kleinen Elektroden in A und B. Beide Spulen waren so weit voneinander entfernt, daß elektrostatische Wirkungen von Sp_1 aus nicht in Frage kamen. Als „Kern" befand sich in beiden Spulen ein mit Fe_3O_4 gefülltes weites Glasrohr R. Wurde jetzt an A und B eine Spannung von 125 Volt gelegt, die an und für sich noch nicht ausreichte, in dem Gas eine Entladung einzuleiten, so bildete sich in dem Moment, wo die Spule Sp_1 von den Wechselströmen durchflossen war, zwischen A und B eine Bogenentladung aus, wodurch in eindeutiger Weise gezeigt ist, daß es im Prinzip wohl möglich ist, durch rein elektromagnetische Induktion in einem Gasvolumen eine in sich geschlossene Entladung zu erzeugen.

Im allgemeinen läßt sich wohl sagen, daß bei dem Zustandekommen des elektrodenlosen Ringstromes das elektrostatische Feld und die elektromagnetische Induktion der Spule gleichzeitig wirksam sind und je nach den speziellen Versuchsbedingungen bald die eine, bald die andere Wirkung überwiegt. So wird man z. B. bei eng an der Gefäßwand anliegenden oder im Vergleich zum Windungshalbmesser langen Spulen ein Vorherrschen der Wirkung des elektrischen Feldes, bei Spulen, deren Windungen in einer Ebene liegen (Bergen Davis[18]) oder die nur aus einer Windung bestehen (J. Zenneck[94]), der magnetischen Induktion erwarten können.

b) Elektrische Messungen.

Verhältnismäßig großes Interesse hat man der durch den Ringstrom im Gas erzeugten Leit-

fähigkeit zugewandt und zwar deshalb, weil es die einzige der direkten Messung zugängliche Größe ist. Auf zweierlei Weise hat man versucht, die Leitfähigkeit und ihre Abhängigkeit vom Druck zu messen: durch Absorptions- und Sondenmessung. Bereits J. J. Thomson[82]) hat die Abhängigkeit der Leitfähigkeit vom Gasdruck, allerdings nur qualitativ, untersucht und das Vorhandensein eines Maximums bei einem gewissen Druck nachgewiesen; er setzt in ein Gefäß nach Art der Dewarbecher ein zweites evakuiertes Rohr und umgab beide mit einer Spule. War in dem äußeren Gefäß ein für die Ausbildung einer hellen Ringentladung passender Gasdruck vorhanden, so war das Innere gegen die eindringenden Wechselfelder geschützt und blieb infolgedessen dunkel; bei höheren oder tieferen Drucken im äußeren Gefäß dagegen leuchtet nur das innere. Bemerkenswert ist, daß bei Drucken oberhalb des Optimaldruckes auch schon dann eine Schirmwirkung eintritt, wenn das äußere Gefäß noch keine sichtbare Entladung zeigt. Man muß also annehmen, daß eine gewisse Leitfähigkeit existiert, die von keiner sichtbaren Lichtemission begleitet ist. Interessant ist auch die von Lecher[52]) erwähnte Beobachtung, daß eine Ringentladung in Luft von passendem Druck sehr viel stärker nach innen abschirmt als bestleitende Schwefelsäure, die man statt ihrer in das äußere Gefäß füllt. Aus dieser großen Schirmwirkung der Entladung nach innen erklärt J. J. Thomson[82]) die geringe Dicke des leuchtenden Ringes.

Die ersten quantitativen Versuche über die Energieabsorption durch den Ringstrom und ihre Druckabhängigkeit rühren von E. Lecher[51,52]) her. Er benutzt bei der endgültigen Anordnung ebenfalls ein doppelwandiges Gefäß, taucht aber statt der zweiten Röhre eine kleine Spule in das innere Lumen und mißt den in ihr induzierten Wechselstrom i mit Thermoelement und Galvanometer. Ebenso wird der in der Primärspule fließende Strom I gemessen. Das Verhältnis i/I stellt dann ein Maß für die Energieabsorption der Ringentladung dar. Für Luft erhält Lecher etwa folgende Kurve (Fig. 9). Das Maximum der Energieabsorption und damit auch der Leitfähigkeit liegt also bei Drucken unterhalb 0,1 mm Hg, rückt aber mit zunehmender Primärfunkenstrecke, also mit wachsender Spannung, zu größeren Drucken.

B. Davis[15]) verwendet zum ersten Male metallische Sonden zur Messung der Leitfähigkeit. In einem doppelwandigen ringförmigen Gefäß befindet sich oben und unten je ein breiter Aluminiumring„ an die die konstante Meßspannung von etwa 200 Volt gelegt wird. Die Kraftlinien dieses Feldes stehen also senk-

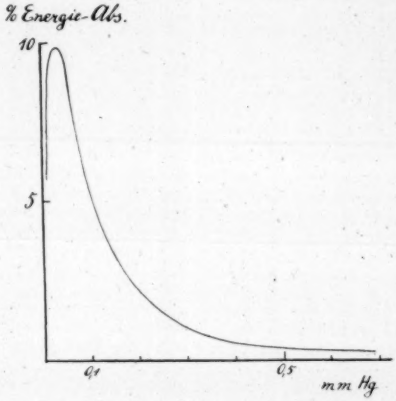


Fig. 9.

recht zu denen der Ringentladung (Querstrommethode). Der in dem Sondenkreis fließende Strom wird gemessen wieder in Abhängigkeit vom Gasdruck p, und es resultiert eine ähnliche Kurve, wie sie E. Lecher erhalten hatte (Fig. 9). Sowohl die Lecherschen als auch die Davisschen Resultate stehen im Widerspruch mit den Messungen, die von R. Wachsmuth und B. Winawer[87,88]) folgendermaßen ausgeführt worden sind: Eine Kugel diente als Ringstromgefäß, an ihren Polen — die Spule liegt in der Äquatorebene — befinden sich zwei Platinstifte als Sonden. Gemessen wird bei konstanten Anregungsbedingungen (Primärfunkenlänge) der durch die Sonden fließende Querstrom bei konstantem Sondenpotential (etwa 60 Volt) in Abhängigkeit vom Druck. Die so erhaltenen Kurven zeigten bei allen untersuchten Gasarten etwa den in Fig. 10 angedeuteten Verlauf.

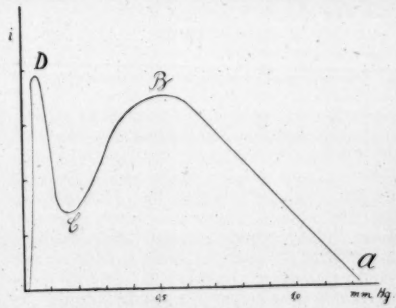


Fig. 10.

Überraschend ist zunächst das Vorhandensein eines ausgesprochenen Maximums bei Drucken, bei denen ein sichtbarer Ringstrom in der vorliegenden Anordnung nicht vorhanden war. Nach Wachsmuth kann man diesen Verlauf der Leitfähigkeit qualitativ erklären, wenn man sich vorstellt, daß die Spule von derselben ionisierenden Wirkung ist wie etwa ein Bündel Röntgenstrahlen, so daß also die Zahl der pro Zeiteinheit produzierten Ionen mit dem Druck proportional wächst. So lange der Querstrom gesättigt ist, resultiert bei dieser Annahme das Stück CB der Kurve (Strom proportional p), bei zunehmendem Druck hört der Strom auf, gesättigt zu sein, es kommen Rekombinationen zustande und der Sondenstrom nimmt ab (BA, Strom nahe proportional $\frac{1}{\sqrt{p}}$). Was den Wiederanstieg CD anbelangt, so glauben die Verfasser hierin die Erreichung eines zweiten Schwellenwertes der Elektronenenergie sehen zu müssen. Denn je kleiner der Druck, desto größer ist die freie Weglänge der Elektronen, desto mehr Energie können sie zwischen zwei Stößen aufnehmen, da ja der Potentialgradient längs der Strombahn unabhängig vom Druck nur durch die Art der äußeren Erregung bestimmt ist. Dem Punkt A, bei dem die Entladung überhaupt erst zustande kommt, entspräche dann der erste elektrische Durchbruch, für ihn wären also die oben erwähnten Resultate von E. Bouty über die „cohésion électrique" maßgebend. Tatsächlich stimmen auch, wie die Verfasser zeigen, bei der angenommenen Feldstärke von 145 Volt/cm die beobachteten Drucke A mit den aus der Paschen-Boutyschen Formel errechneten Drucken überein. Diese Auffassung über die Natur der beiden Maxima wird gestützt durch spektrale Beobachtungen, von denen weiter unten die Rede sein wird.

A. Hartmann[37]) wendet sich allerdings gegen eine derartige Deutung der Leitfähigkeitskurve und erklärt das Maximum B als durch Büschelentladung an den Sonden vorgetäuscht. Er arbeitet mit der gleichen Anordnung wie Wachsmuth und Winawer und erhält wenigstens bei nicht geerdeter Spule ähnliche Kurven, gleichzeitig beobachtete er Büschelentladung an den Sonden. Wird jedoch die Spule an dem einen Punkt geerdet, so verschwinden die Büschel und man erhält eine Kurve, die nur ein Maximum bei niedrigen Drucken aufweist, ganz dem Kurvenverlauf bei E. Lecher und B. Davis entsprechend. Dieser Auffassung Hartmanns ist aber zunächst entgegenzuhalten, daß Wachsmuth und Winawer ihre Sonden durch geerdete Stanniolkappen gegen elektrostatische Felder weitgehendst geschützt haben. Außerdem entsprechen die Stromspannungskurven für einen bestimmten konstanten Gasdruck durchaus den theoretischen Erwägungen bezüglich des Ionisationsvorganges (Sättigung zwischen B und C, keine Sättigung zwischen A und B). Eine endgültige Entscheidung zwischen beiden Auffassungen läßt sich auch hier nicht ohne genaue Kenntnis der Einzelheiten erzielen.

c) Wesen der Ringentladung.

Stellen wir also auf Grund des vorhandenen Tatsachenmaterials einmal zusammen, wie man sich den Mechanismus des elektrodenlosen Ringstroms etwa vorzustellen hätte, so ergibt sich folgendes Bild: Wir nehmen der Einfachheit halber an, daß keine von der Spule herrührenden elektrostatischen Kräfte vorhanden sind, und vernachlässigen die magnetische Wirkung des Ringstromes nach innen. Die durch das alternierende Magnetfeld induzierte elektrische Feldstärke hat natürlich in der Nähe der Kugelwand den größten Wert und sinkt nach innen zu bis auf 0 herab. Unter dem Einfluß dieses naturgemäß mit derselben Frequenz wie der Spulenstrom pulsierenden elektrischen Feldes werden etwa bereits vorhandene Elektronen harmonische Oszillationen ausführen, deren Amplitude der Feldstärke proportional ist. Dasselbe gilt auch für die Elektronengeschwindigkeit. Überschreitet diese einen gewissen Schwellenwert, so tritt Ionisation und Lichtanregung ein, natürlich immer erst dort, wo die Feldstärke am größten ist; d. h. es bildet sich ein dünner leuchtender Ring an der inneren Wandung. Ist aber der Gasdruck hoch genug, so werden die der Feldstärke entsprechenden Amplituden nicht erreicht, die Elektronen können deshalb nicht die zur Anregung und Ionisation notwendigen Energien ansammeln, es sind daher bei höherem Druck größere Feldstärken zur Ringstrombildung erforderlich. Bei abnehmendem Gasdruck, also wachsender freien Weglänge, dagegen sind kleinere Feldstärken ausreichend, es kommen jetzt also auch die inneren Partien der Kugel für die Ionisation in Betracht, d. h. der Ringstrom verbreitert sich nach innen. Dabei verschiebt sich die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen zugunsten höherer Werte. Ist der Druck so klein geworden, daß die freie Weglänge von der Größenordnung der Gefäßdimensionen wird, so gelangen zahlreiche Elektronen an die Wand und werden dort teils festgehalten und so für weitere Ionisation ausgeschaltet, teils reflektiert und gelangen auch ins Innere der Kugel, die sich auf diese Weise mit einem diffusen Licht anfüllt, von dem sich der eigentliche Ringstrom immer undeutlicher ab-

hebt, je weiter evakuiert wird. Die Leitfähigkeit nimmt jetzt rapid ab, bis die Entladung vollends erlischt. Die positiven Ionen kommen vermutlich wegen der verhältnismäßig kleinen Feldstärken für Ionisation und Lichtanregung nicht in Betracht, so daß wir etwa analoge Verhältnisse wie in der positiven Säule der normalen Glimmentladung erwarten müssen (vgl. auch B. Davis[18]).

Dieses in großen Zügen und mehr qualitativ entwickelte Bild vom Mechanismus der Ringentladung wird sich vielleicht in manchen Einzelheiten vervollkommnen und bis zu gewissem Grade auch quantitativ gestalten lassen und zwar unter Zuhilfenahme des Beobachtungsmaterials über Durchbruchsfeldstärken bei hochfrequenten Wechselfeldern einerseits und unter Heranziehung spektroskopischer Tatsachen, bei denen die bisher gesammelten Erfahrungen über den Zusammenhang zwischen Lichtemission und Elektronengeschwindigkeit in Frage kommen werden, anderseits.

Ein Ansatz hierzu, wenigstens was den zuerst erwähnten Punkt anbetrifft, findet sich in einer Arbeit von B. Davis[18]), der als erster versucht hat, eine auf quantitativer Grundlage beruhende Theorie zu geben und zwar unter Benutzung der Townsendschen Theorie der Stoßionisation, die eben damals in großen Zügen gerade vorlag. Unter gewissen die Durchführung der Rechnung vereinfachenden Annahmen (Wirkungsgrad der Stoßionisation = 1 oberhalb der Ionisierungsspannung, Benutzung eines Mittelwertes für die freien Weglängen) kommt Davis zu einfachen Beziehungen zwischen direkt oder indirekt leicht meßbaren Größen. Als wichtigstes Resultat ergibt sich die Proportionalität der im Ringinnern induzierten E.M.K. mit der primären Spannung, wobei der Proportionalitätsfaktor außer von den Abmessungen der Spule nur von deren Selbstinduktion, nicht aber von der Kapazität des Kondensators abhängt. Diese Tatsache ist deshalb in experimenteller Hinsicht bemerkenswert, weil bei einer Veränderung der Kapazität cet. par. nur die Frequenz des Kreises geändert wird, so daß man auf diese Weise die Frequenzabhängigkeit irgendwelcher Größen studieren kann, ohne die induzierte E.M.K. selbst zu verändern.

Anderseits natürlich kann man aus einer Messung der primären Spannung (Funkenmikrometer) auf die im Ringstrom wirksame Feldstärke schließen. Nach dieser Methode hat B. Davis die zum Einsatz der Ringentladung erforderliche Mindestfeldstärke in ihrer Abhängigkeit vom Gasdruck gemessen. Es zeigt sich im wesentlichen der in Fig. 11 angedeutete Verlauf. Typisch ist das Vorhandensein eines

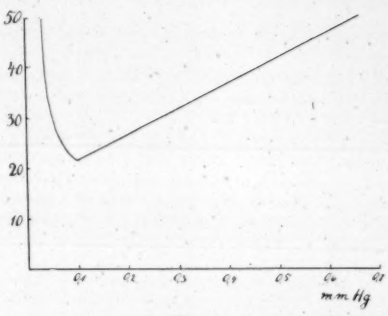


Fig. 11.

deutlich ausgeprägten Minimums beim „kritischen" Druck p; der Zweig für größere p-Werte ist angenähert linear und von der Frequenz unabhängig und ergibt bei Extrapolation auf Atmosphärendruck den Wert 37 000 Volt/cm, der mit den Messungen des Funkenpotentials an Plattenelektroden in guter Übereinstimmung ist, während der andere Zweig sich mit wachsender Frequenz etwas nach rechts verschiebt. Der kritische Druck und die dazu gehörige Minimumfeldstärke sind bei allen Gasen von derselben Größenordnung (0,1 mm bzw. 20 Volt/cm). Aus diesen Werten lassen sich mit Hilfe der obenerwähnten Vereinfachungen Rückschlüsse ziehen auf die Größe der Ionisierungsspannung einerseits, und das Verhältnis der freien Weglänge des Elektrons zu der des Moleküls anderseits. Was die Ionisierungsspannung betrifft, so erhält hierfür Davis im allgemeinen Werte, die mit moderneren Messungen verglichen viel zu niedrig zu sein scheinen (5—8 Volt). Wahrscheinlich rühren diese Zahlen her von der Ionisation des anwesenden Quecksilberdampfes; denn die Versuche Davis' beziehen sich auf die sog. „weiße Entladung", die in gänzlich Hg-freiem Ringstrom nie erhältlich ist und daher wesentlich auf Ionisation und Lichtanregung des Hg-Dampfes zurückzuführen sein dürfte. Für das Verhältnis der freien Weglängen erhält Davis den Wert 3,7.

d) Optik der Ringentladung.

Zu spektroskopischen Untersuchungen ist der Ringstrom bereits recht häufig benutzt worden und zwar einmal deshalb, weil bekannt war, daß unter geeigneten Bedingungen im Ringstrom sämtliche Spektren eines Gases, wie sie sonst nur im Bogen, Funken usw. einzeln erhältlich sind, gleichzeitig emittiert werden, was auf die zeitliche und räumliche Mannigfaltigkeit der Elektronengeschwindigkeit hinzudeuten scheint.

Aus diesem Grunde ist z. B. der Ringstrom von A. Hagenbach und H. Schumacher[36]) zum Studium der Bandenspektren von Kadmium und Zink benutzt worden, wobei auch das Auftreten bisher unbekannter Linien festgestellt wurde.

Außer diesen für die Zwecke der eigentlichen Spektroskopie bestimmten Arbeiten existieren eine ganze Reihe von Untersuchungen, die in erster Linie wohl zum Studium des Ringstromes selbst unternommen worden sind, und aus deren Ergebnissen bezüglich der spektralen Intensitätsverteilung man auf Grund der anderweitig bei bekannteren elektrischen Verhältnissen gesammelten Erfahrungen gewisse Rückschlüsse über den Elektronenmechanismus in der Ringentladung ziehen kann.

Aus der Fülle der auf diesem Gebiet gemachten Beobachtungen wollen wir hier nur die charakteristischsten und auf Grund der oben entwickelten Vorstellungen vom Zustandekommen der Ringentladung am leichtesten verständlichen Erscheinungen zu einer näheren Besprechung heranziehen. Am häufigsten ist bei derartigen Untersuchungen das Quecksilberspektrum beachtet worden, einmal natürlich deswegen, weil der *Hg*-Dampf bei den üblichen Vakuumanordnungen ohne irgendwelche Vorsichtsmaßregeln stets mit seinem Sättigungsdruck zugegen ist, dann aber auch deshalb, weil sich das Quecksilberspektrum derart gegenüber anderen Spektren hervordrängt, daß es auch bei vorgeschalteter Kühlung mit flüssiger Luft nicht zu unterdrücken ist. So können z. B. A. Hagenbach und W. Frey[35]) bei Füllung mit Wasserstoff das Wasserstoffspektrum deshalb nicht dauernd erhalten, weil im Laufe der Entladung das *Hg*-Spektrum immer mehr dominiert, und ihm gegenüber jede andere spektrale Emission zurücktritt. I. v. Kowalski[47]) hat sich eingehender mit dem *Hg*-Spektrum der Ringentladung beschäftigt und insbesondere seiner Abhängigkeit vom Gasdruck Aufmerksamkeit zugewandt. Nach den oben entwickelten Vorstellungen werden wir bei abnehmendem Druck, also abnehmender Temperatur, cet. par. eine Zunahme der Anregungsintensität erwarten müssen. Es zeigt sich nun bei einer Temperatur oberhalb etwa 160° C, also bei einem Drucke 1,9 mm, ein intensives smaragdgrünes Leuchten und im Spektroskop ein kontinuierliches Spektrum zwischen 4300 und 6500 AE. Wird jetzt die Kugel abgekühlt, so tritt ziemlich plötzlich bei etwa 60° C, also 0,025 mm Druck, ein blendend weißer Ring auf, der nun das gesamte *Hg*-Spektrum zeigt. Ein ähnliches Verhalten wurde neuerdings auch von J. K. Robertson[66]) beobachtet. In Anlehnung an die Versuche von Wachsmuth und Winawer (l. c.) glaubt v. Kowalski auch hier auf das Vorhandensein von zwei Ionisationsstufen schließen zu müssen; ob allerdings das Auftreten des grünen Stadiums bei hohem Druck mit einem Maximum der Leitfähigkeit verknüpft ist, scheint fraglich; plausibler ist die Annahme, daß wir es in diesem Falle mit einer zur Molekülbildung führenden Anregung des Quecksilberatoms und dementsprechender Emission des Molekülspektrums zu tun haben. Nebenbei sei hier bemerkt, daß dieses smaragdgrüne Licht und das kontinuierliche *Hg*-Spektrum auch an in Betrieb befindlichen Diffusionspumpen auftritt, besonders dann, wenn hochgespannte elektrische Wechselfelder vorhanden sind. St. v. Lingen[58]) beobachtet sogar drei Stadien des Quecksilberringstroms bei verschiedenen Temperaturen, die sich spektroskopisch etwa in gleicher Weise wie bei v. Kowalski unterscheiden.

Interessante Beobachtungen ähnlicher Art sind auch an Argon angestellt worden. Argon besitzt zwei Spektren, das „rote" und „blaue", die sich in bekannter Weise bezüglich ihrer Anregungsbedingungen unterscheiden. R. Wachsmuth und B. Winawer[88]) haben in der Absicht, Aufschlüsse über die Natur der beiden oben erwähnten Leitfähigkeitsmaxima zu erhalten, insbesondere um festzustellen, ob den vermeintlichen zwei Energiestufen auch in optischer Beziehung zwei Anregungsstufen entsprechen, das Argonspektrum in seiner Abhängigkeit vom Gasdruck untersucht und dabei folgendes Verhalten festgestellt: Vor dem Anstieg, d. h. bei größeren Drucken, zeigt sich nur das rote Argonspektrum, während nach dem Anstieg auch das blaue aufleuchtet, was durchaus im Einklang steht mit der von den beiden Autoren vorgeschlagenen Deutung der beiden Maxima.

Bei den bisher besprochenen einatomigen Gasen und Dämpfen ist der Zusammenhang zwischen optischer Emission und elektrischer Anregung verhältnismäßig einfach und übersichtlich und dürfte im wesentlichen durch die Größe des Anregungspotentials gegeben sein. Bei zwei- und mehratomigen Gasen jedoch kommt durch die erweiterte Mannigfaltigkeit der Spektren eine weitere Schwierigkeit hinzu, die sich in einer Abhängigkeit des Dissoziationsgrades von den Anregungsbedingungen äußert. In solchen Fällen kann man nicht den allgemeinen Schluß ziehen, daß sich mit steigender Elektronengeschwindigkeit das Spektrum im Sinne einer Bevorzugung der Frequenzen mit höherer Anregungsspannung verschiebt. Über den Dissoziationsgrad selbst und seine Abhängigkeit von den elektrischen Bedingungen weiß man noch recht wenig. Von vornherein wird man wohl die Vermutung aussprechen können, daß der

Dissoziationsgrad sowohl mit wachsender Stromstärke, als auch mit wachsender Spannung zunimmt. Von diesem Gesichtspunkt aus diskutiert auch J. K. Robertson[66, 67]) seine an Jod erhaltenen Beobachtungen. Er arbeitet mit konstantem Gasdruck und erreicht die Veränderung der Anregungsbedingungen durch Variation der zum Anstoß des Schwingungskreises dienenden Funkenstrecke. Nach B. Davis[18]) ist die mittlere induzierte Spannung im Innern der Kugel proportional der primären Funkenstrecke. Eine Vergrößerung der Funkenstrecke muß also cet. par. ebenso wirken, wie eine Verminderung des Gasdruckes. So zeigt sich in Jod bei einer Funkenlänge von ca. 1 mm und geeignetem Druck ein blaßgelber Ring, dessen Spektrum das typische Jodmolekülemissionsspektrum ist; bei Verlängerung der Funkenstrecke, aber tritt eine eigentümliche konzentrische Schichtung der Ringentladung auf: Um eine rosa gefärbte Innenschicht lagert sich außen eine grünliche Zone. Außen zeigen sich im Spektrum helle Linien, innen ein schwaches kontinuierliches Band im Roten. Dies Verhalten läßt sich nun so deuten, daß bei Funkenstrecken über 1 mm die an der Peripherie der Kugel induzierten Feldstärken ausreichen, um eine Dissoziation des Moleküls herbeizuführen, so daß es hier, nicht jedoch im Innern, zur Emission des Atomspektrums kommt.

Geschichtete Ringentladungen sind auch in anderen Fällen mehrfach beobachtet worden, z. B. in Argon von R. J. Strutt[77]). Bei einem gewissen Druck zeigt sich hier ein außen rein blauer, innen roter Ring, deren Spektren vermutlich dem blauen, bzw. roten Argonspektrum entsprechen. Noch mannigfaltiger und schöner ausgeprägt zeigt sich die geschichtete Ringentladung aber in Wasserstoff. Generell haben wir auch hier wieder den von vornherein zu erwartenden Verlauf der spektralen Änderung mit den Anregungsbedingungen, wobei sich die Intensitätsverteilung im Spektrum in besonders typischer Weise durch die Änderung des subjektiven Aussehens der Entladung widerspiegelt. J. K. Robertson[67]) beobachtet im ganzen vier Stadien bei zunehmender Intensität der Anregung (abnehmendem Druck), und zwar:

1. weißlich. Viellinien.
2. fleischfarben. Viellinien, Balmerserie.
3. rot. Viell. schwach, Balmerserie stark.
4. blau. Balmerserie, u. zwar $H_\beta > H_\alpha$.

Auch in der bereits mehrfach zitierten Arbeit von R. Wachsmuth und B. Winawer finden sich ähnliche Angaben: das Balmerspektrum tritt bei abnehmendem Druck erst beim Anstieg zu dem zweiten Leitfähigkeitsmaximum auf. Das Zurücktreten des Viellinienspektrums deutet zweifellos auf eine recht weitgehende Dissoziation des Wasserstoffmoleküls hin. Nach den Erfahrungen, die R. W. Wood an gewöhnlichen Entladungen in Wasserstoff gesammelt hat, muß man bereits bei ziemlich geringen Stromdichten wenigstens in reinen Gasen mit einer recht vollkommenen Dissoziation rechnen. In dieser Beziehung bemerkenswert ist eine noch nicht veröffentlichte Beobachtung des Verfassers an sehr reinem und gänzlich quecksilberfreiem Wasserstoff, dessen Ringstromspektrum im Innern der Kugel ausschließlich die Balmerserie zeigt (bis zum 7. Glied), während das sehr schwache Viellinienspektrum auf die unmittelbare Nähe der Wand beschränkt ist. Dieses unseren bisherigen Annahmen über die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen widersprechende Verhalten läßt sich nun zwanglos erklären durch Berücksichtigung der Dissoziation und durch die Ansicht von Wood, daß nämlich die fast vollständige Dissoziation in der Nähe der Glaswand durch eine katalytische Wirkung derselben beträchtlich herabgesetzt wird. Innerhalb eines ziemlich eng begrenzten Druckintervalls kann man in Wasserstoff eine sehr deutlich ausgeprägte dreifache Schichtung erreichen (von außen nach innen in der Reihenfolge rosa, rotbraun, blaugrün), die auch von Irvine Masson[59]) beobachtet zu sein scheint. Diesen beim subjektiven Anblick recht scharf gegeneinander abgegrenzten Schichten entsprechen nun keineswegs etwa auch im Spektrum ebenso scharf gegeneinander abgesetzte Differenzierungen. Wohl aber lassen sich die drei Schichten als Emissionsgebiete gewisser Teilspektren in folgender Weise auffassen: Die äußere rosa gefärbte Schicht rührt vom Viellinienspektrum her, die folgende rotbraune von der Balmerserie, unter Vorherrschaft von H_α, die innerste blaugrüne ebenfalls von der Balmerserie, aber unter Vorherrschaft von H_β. Daß im inneren Ring H_β stärker als H_α ist[67]), erklärt sich zwanglos aus dem Verlauf der Anregungsfunktionen von H_α und H_β, und aus der dadurch bedingten Verschiebung der relativen Intensitäten beim Übergang zu größeren Geschwindigkeiten[73]).

In Luft endlich zeigt das Stickstoffspektrum ein durchaus mit den sonstigen Befunden im Einklang stehendes Verhalten (H. Donaldson[20])). Bei hohen Drucken wird ausschließlich das sogenannte positive Bandenspektrum emittiert, bei niedrigen Drucken erscheint das N-Linienspektrum sehr hell, was ebenfalls auf einen recht großen Dissoziationsgrad hindeutet.

Auch ohne Benutzung des Spektroskops, allein durch das Aussehen der Ringentladung, kann man einen für jedes Gas typischen Farbenumschlag bei einem bestimmten Druck, der dem

zweiten Wachsmuthschen Minimum entsprechen würde, feststellen; und zwar läßt sich im allgemeinen sagen, daß sich die Gesamtfarbe nach dem kurzwelligen Ende des Spektrums verschiebt, bei Stickstoff z. B. von rot nach blau[88]), und es ist bemerkenswert, daß dieser Farbenumschlag in jedem Falle derselbe ist, wie ihn E. Gehrcke und R. Seeliger[30]) an einem verzögerten Kathodenstrahl beobachtet haben. Versucht man nun aber, aus dem Verhältnis der beiden von Wachsmuth und Winawer gemessenen kritischen Drucke das Verhältnis der beiden entsprechenden Anregungsstufen zu berechnen, so kommt man zu wesentlich höheren Zahlen (30—40), die sowohl den Gehrcke-Seeligerschen Ergebnissen, als auch neueren quantitativen Angaben über die Anregungsstufen widersprechen.

Eine bemerkenswerte und recht auffällige Erscheinung wäre noch zu besprechen, das Nachleuchten. Wenn man in einer z. B. mit Stickstoff gefüllten Kugel einen recht intensiven Ringstrom längere Zeit hindurch betreibt, so leuchtet nach dem Abstellen das Gas oft noch minutenlang mit orangerotem Licht nach, und zwar nicht nur dort, wo vorher der Ringstrom war, sondern die ganze Kugel leuchtet in diffusem Licht. Die Erklärung hierfür hat bereits J. J. Thomson gegeben[82]): Die ursprünglich im leuchtenden Ring angeregten „Träger" behalten längere Zeit hindurch die Fähigkeit zur Lichtemission und können daher im angeregten Zustand in das Innere der Kugel hineindiffundieren, wo sie vermutlich infolge eines gaskinetischen Zusammenstoßes mit anderen Teilchen ihr Licht emittieren. Nach den eingehenden Untersuchungen von R. J. Strutt[78—80]) hat man sich unter einer derartigen Anregung des Stickstoffmoleküls eine Art chemischer Aktivierung vorzustellen. Außer in reinem Stickstoff ist das Nachleuchten auch in Sauerstoff (Thomson[82])), Luft[20, 35]) und Helium (B. Davis[18])) beobachtet worden. C. C. Trowbridge[85, 86]) gibt an, daß die Dauer des Nachleuchtens bei einem Drucke von ungefähr 0,1 mm *Hg* am längsten ist, daß dieser Optimaldruck jedoch von den Anregungsverhältnissen abhängig ist. Auch Hagenbach und Frey[35]) stellen fest, daß in Luft nur bei stärkster Anregung (sogenanntes weißes Stadium) Nachleuchten eintritt. Natürlich ist es bei der Frage nach der Art der Anregung von größtem Interesse, den zeitlichen Abfall der Lichtintensität zu kennen. Hierüber scheint nur die Arbeit von E. v. Angerer[1]) zu existieren, der durch Photometrie mit einer lichtelektrischen Zelle das Abklingen messend verfolgen konnte. Es ergab sich kein exponentieller Abfall, wie man vielleicht zu erwarten versucht sein wird, sondern es ist annähernd die Quadratwurzel aus der Intensität der Zeit umgekehrt proportional.

Vom Standpunkt des Leuchttechnikers wäre ferner die Frage nach der photometrischen Ökonomie der Ringentladung von Interesse. M. Hönig[42]) hat sie unter mehreren Bedingungen gemessen; allerdings benutzt er Anordnungen, bei denen zweifellos die elektrostatischen Felder der Spule in hohem Maße die Entladung beeinflussen. Im allgemeinen scheint jedoch die optische Ökonomie der Ringentladung, verglichen mit unseren gebräuchlichen Lichtquellen, recht klein zu sein. Es zeigt sich, daß Quecksilber bei weitem die größte Lichtausbeute aufweist, nämlich beinahe 2 Watt/HK, während für Wasserstoff, Sauerstoff und Luft bedeutend ungünstigere Werte erhalten werden (15—30 Watt/HK). Bezüglich der Druckabhängigkeit der optischen Ökonomie scheint die Regel zu gelten, daß sie dann am größten ist, wenn die Entladung selbst am hellsten ist.

e) Äußeres Magnetfeld.

Die Wirkung eines Magnetfeldes auf die Ringentladung ist derartig, wie man sie von vornherein erwarten sollte. Stehen die Kraftlinien des Magnetfeldes senkrecht zur Ringstromebene, so spaltet sich bei geeigneten Entladungsbedingungen der Ring in zwei voneinander mehr oder weniger deutlich getrennte Teile (J. J. Thomson[82]), A. Righi[63])). Ein starkes äußeres Magnetfeld scheint übrigens das Zustandekommen der Ringentladung beträchtlich zu erschweren, vermutlich deshalb, weil die Elektronen unter seiner Einwirkung aus der Ebene des stärksten elektrischen Feldes herausgerissen werden. Man kann deshalb bei konstanten Entladungsbedingungen allein durch Steigerung des äußeren Magnetfeldes ein Erlöschen der Entladung erzielen.

f) Mechanische Wirkungen.

Wie oben auseinandergesetzt wurde, führen im Ringstrom die einzelnen Ionen harmonische Schwingungen um eine Mittellage aus, deren Amplituden sowohl vom Gasdruck, als auch von den elektrischen Anregungsbedingungen abhängen und bei den üblichen Verhältnissen von der Größenordnung 1 cm sein dürften. Da alle Ionen angenähert mit der gleichen Phase hin und her pendeln, resultiert ein in sich geschlossener Ring von Ionen, der sich unter Umständen infolge von Mitbewegung neutraler Gasmoleküle als „Ionenwind", wenn auch nicht hydrodynamisch, so doch vielleicht gaskinetisch infolge der Bevorzugung einer Geschwindigkeitskomponente bemerkbar machen kann.

Von diesem Gedanken ausgehend untersuchte B. Davis[14]) die Wirkung des Ringstroms

auf ein kleines im Innern der Glaskugel montiertes Schalenkreuzanemometer und beobachtete eine Drehung des Kreuzes je nach Druck und Entladungsbedingungen bald in der einen, bald in der anderen Richtung. Bei Drucken von ca. 0,6 mm dreht sich das Anemometer vorwärts, d. h. mit der konvexen Schalenseite nach vorn, bei kleineren Drucken dagegen rückwärts. Dies Verhalten erklärt sich nach Davis aus dem Vorhandensein zweier entgegengesetzt auf das Anemometer wirkender Kräfte, von denen die eine vorwärtsgerichtete von der Bewegung der Ionen herrührt, die andere rückwärtsgerichtete eine Folge der Temperaturdifferenz zwischen Schalenkreuz und Umgebung zu sein scheint. Es zeigt sich nämlich bei Umhüllung der Kugel mit einem Wärmeschutz im allgemeinen eine Verminderung der Rückwärtstendenz, die vermutlich ihren Grund hat in dem verminderten Temperaturgefälle im Innern der Kugel. Was die Vorwärtsbewegung unter dem Einfluß der Ionenstöße anbelangt, so kann man hierfür vielleicht eine gewisse Ventilwirkung der Anemometerschalen etwa nach Art der bekannten Trichterröhren verantwortlich machen.

Literaturverzeichnis.

1) E. v. Angerer, Phys. Zeitschr. **22**, 97, 1921.
2) J. Borgmann, Boltzm. Festschr. S. 76, 1904.
3) E. Bouty, C. R. **129**, 152, 204, 1899.
4) —, C. R. **131**, 443, 469, 503, 1900.
5) —, C. R. **133**, 213, 1901.
6) —, C. R. **138**, 616, 1904.
7) —, C. R. **141**, 312, 1905.
8) —, C. R. **150**, 1643, 1910.
9) —, Journ. de Phys. **2**, 1903.
10) —, Journ. de Phys. **3**, 1904.
11) H. Brusch, Ann. d. Phys. **33**, 1116, 1910.
12) Burke, Phil. Mag. **1**, 342, 455, 1901.
13) A. A. Campbell-Swinton, Proc. R. Soc. A. **81**, 453, 1908.
14) Bergen Davis, Phys. Zeitschr. **3**, 275, 1902.
15) —, Phys. Zeitschr. **4**, 289, 1903.
16) —, Amer. Phys. Soc. 31. Okt. 1903.
17) —, Annal. New-York Acad. **18**, 198, 1904.
18) —, Phys. Rev. **20**, 129, 1905.
19) —, Phys. Rev. **24**, 224, 1907.
20) H. Donaldson, Phil. Mag. **22**, 720, 1911.
21) H. Ebert, Wied. Ann. **53**, 144, 1894.
22) —, Wied. Ann. **64**, 240, 1898.
23) — und E. Wiedemann, Wied. Ann. **48**, 549, 1893; Sitzungsber. Phys. med. Soc. Erlangen. **24**, 84, 241, 1892.
24) — —, Wied. Ann. **49**, 1, 32, 1893.
25) — —, Wied. Ann. **50**, 1, 221, 1893.
26) — —, Wied. Ann. **62**, 174, 182, 187, 1897.
27) Edlund, Beibl. **8**, 145, 1884.
28) K. Fischer, Phys. Zeitschr. **11**, 39, 1910.
29) L. Fomm, Wied. Ann. **68**, 629, 1899.
30) E. Gehrcke und R. Seeliger, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 335, 1912.
31) A. W. Gray, Wied. Ann. **13**, 477, 1904.
32) —, Wied. Ann. **15**, 606, 1904.
33) C. Gutton, S. K. Mitra und V. Ylöstalö, Journ. de Phys. (5) **4**, 420 1923; C. R. **176**, 1871, 1923.
34) J. Härden, Phys. Zeitschr. **5**, 74, 1904.
35) A. Hagenbach und W. Frey, Phys. Zeitschr. **18**, 544, 1917.
36) — und H. Schumacher, Zeitschr. f. wiss. Photogr. **19**, 129, 142, 1919.
37) A. Hartmann, Diss. Basel 1919.
38) Hawskbee, Phil. Trans. 1707.
39) A. de Hemptinne, Bull. de Belgique, 1903, S. 851.
40) F. Himstedt, Wied. Ann. **52**, 473, 1894.
41) W. Hittorf, Wied. Ann. **21**, 137, 1884.
42) M. Hönig, Diss. Rostock 1901.
43) F. J. Jervis-Smith, Proc. R. Soc. **80**, 212, 1908; Nature. **78**, 70, 1908.
44) H. Jung, Verhdl. d. D. Phys. Ges. **3**, 6, 1922.
45) S. Kalischer, Naturw. Rundsch. **10**, 86, 1895.
46) H. Kauffmann und B. Hell, Phys. Zeitschr. **2**, 476, 1901.
47) I. v. Kowalski, Phys. Zeitschr. **15**, 249, 1914.
48) —, C. R. **158**, 788, 1914.
49) —, Soc. Suisse de Phys. Berne. 1914; Arch. sc. phys. et nat. **39**, 82, 1915.
50) R. Lawson, Phil. Mag. **26**, 966, 1913.
51) E. Lecher, Phys. Zeitschr. **4**, 32, 811, 1902/03.
52) —, Wien. Ber. **112a**, 994, 1903.
53) —, Phys. Zeitschr. **5**, 179, 1904.
54) O. Lehmann, Wied. Ann. **44**, 652, 1891.
55) —, Wied. Ann. **47**, 427, 1892.
56) —, Elektrische Lichterscheinungen. Halle 1898.
57) P. Lewis, Amer. Phys. Soc. 29. Dezbr. 1903.
58) St. v. Lingen, Zeitschr. f. Phys. **8**, 145, 1922.
59) Irvine Masson, Nature **92**, 503, 1914.
60) W. Matthies, Phys. Zeitschr. **6**, 690, 1905.
61) L. Moser, C. R. **110**, 397, 1890.
62) K. Przibram, Ann. d. Phys. **14**, 378, 1904; Wien. Ber. **113a**, 1904.
63) A. Righi, Phys. Zeitschr. **12**, 835, 1911.
64) E. C. Rimington, Phil. Mag. **35**, 506, 1893.
65) — u. W. Smith, Phil. Mag. **35**, 70, 1893.
66) I. K. Robertson, Phys. Rev. **19**, 470, 1922.
67) —, Proc. Trans. R. Soc. Canada. **16**, 151, 1922.
68) W. A. Roth und K. Scheel, Konstanten der Atomphysik. 1923, S. 106.
69) E. Rumpf, Ann. d. Phys. **66**, 50, 1921.
70) St. Sachs, Ann. d. Phys. **47**, 866, 1915.
71) D. Salomons, Proc. R. Soc. **56**, 229, 1894.
72) R. Seeliger, Jahrb. Rad. u. El. **20**, 372, 1924.
73) — und G. Mierdel, Zeitschr. f. Phys. **1**, 355, 1920.
74) W. Siemens, Pogg. Ann. **102**, 120, 1857.
75) J. Stark, Die Elektrizität in Gasen. **150**, 412, 1902. (Hier auch eingehendes Verzeichnis der älteren Literatur.)
76) A. Steiner, Wien. Ber. **113a**, 403, 1904.
77) R. J. Strutt, Phil. Mag. **49**, 300, 1900.
78) —, Proc. R. Soc. **85**, 219, 377, 1911.
79) —, Proc. R. Soc. **86**, 56, 202, 1911/12.
80) —, Proc. R. Soc. **87**, 179, 1912.
81) N. Tesla, Electrical Engineer. July 1891.
82) J. J. Thomson, Phil. Mag. **32**, 321, 450, 1891.
83) —, Proc. Cambr. Soc. **7**, 314, 1892.
84) —, Phil. Mag. **44**, 293, 1897.
85) C. C. Trowbridge, Science (N. S.) **21**, 308, 918, 1905.
86) —, Phys. Rev. **21**, 410, 1905.
87) R. Wachsmuth, Ann. d. Phys. **39**, 611, 1912.
88) — und B. Winawer, Ann. d. Phys. **42**, 585, 1913.
89) E. Warburg, Wied. Ann. **54**, 730, 1895.
90) —, Verhd. d. D. Phys. Ges. **5**, 382, 1903.
91) E. Wiedemann und G. C. Schmidt, Wied. Ann. **60**, 510, 1897.
92) — —, Wied. Ann. **62**, 603, 1897.
93) W. Winter, Phy. Zeitschr. **13**, 442, 1912.
94) J. Zenneck, Phys. Zeitschr. **22**, 102, 1921.

Greifswald, im April 1924.

(Eingegangen 14. April 1924.)

BESPRECHUNGEN.

Rudolf Ladenburg, Die Grundlagen der Quantentheorie und ihre experimentelle Prüfung. 45 S. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1923. Gz. M. 0.8.

Nach einem kurzen Überblick über den experimentellen Beweis der auf quantentheoretischer Grundlage gewonnenen Planckschen Strahlungstheorie und einem Hinweis auf die Einführung der Quanten in die Theorie der spezifischen Wärme wird die Einsteinsche Quantenbeziehung und ihre experimentelle Bestätigung auf dem Gebiete der Strahlungsanregung und Elektronenauslösung behandelt. Verf. wendet sich sodann zur Bohrschen Theorie, deren Grundlagen (Bohrs „Postulate") als Axiome der Quantentheorie bezeichnet und formuliert werden. Unter Benutzung nur einfachster mathematischer Formulierungen wird die primitive Theorie der Serienspektren des Wasserstoffatoms und die Quantentheorie der spektralen Absorption gegeben mit einem Ausblick auf die Leistungsfähigkeit und auch die Schwierigkeiten der zugrunde gelegten Vorstellungen. Anschließend folgt die Behandlung des Korrespondenzprinzips von Bohr, der gestörten Keplerellipsen und der Feinstruktur der Spektrallinien, und schließlich ein Überblick über die Bohrschen Überlegungen zur Aufstellung einer geschlossenen Theorie des gesamten Systems der Elemente. Den Schluß bildet die Quantentheorie der Röntgenspektren und die aus ihnen folgende Bestätigung genereller Gedanken über den Bau der Atome.

Die knappe, klare und leicht verständliche Darstellung wird zur orientierenden Einführung und zur Ergänzung schon bestehender Schriften über diese Fragen willkommen sein. Fußnoten und ein Anhang geben einige der wichtigeren Arbeiten aus der großen Originalliteratur.

Walther Gerlach (Frankfurt a. M.).

G. Tammann, Lehrbuch der Metallographie. Chemie und Physik der Metalle und ihrer Legierungen. gr. 8°. XVIII u. 450 S. m. 294 Fig. im Text. 3., erweiterte Auflage. Leipzig, Leopold Voss 1923. Gz. brosch. M. 14.5, geb. M. 16.5

Die Tatsache, daß bereits zwei Jahre nach Erscheinen der zweiten Auflage eine dritte notwendig wurde, zeigt nicht nur, welcher Wertschätzung sich das Werk in Fachkreisen dauernd erfreut, es ist vielmehr auch ein gutes Zeichen für die an der Metallkunde interessierten Kreise, daß sie gerade dieses Buch bevorzugen, das ihnen den Stoff durchaus nicht in bequemer Form darbietet, sondern ein gründliches Studium und inniges Eingehen in die Gedankengänge des Verfassers fordert, dafür aber auch das Streben nach wissenschaftlicher Vertiefung in vollstem Maße zu befriedigen weiß.

Da die ersten beiden Auflagen an dieser Stelle eingehend gewürdigt sind, hat der Referent nur darauf hinzuweisen, welche Änderungen die dritte Auflage der zweiten gegenüber zeigt. Es handelt sich diesmal im wesentlichen um Zusätze an mehr als 20 Stellen, die das Werk um etwa 2 Bogen erweitert haben. So sind, um nur einige Beispiele zu nennen, die interkristallinen Zwischenschichten, die für die mechanischen Eigenschaften der Metalle von Bedeutung sind, neu behandelt, die Kapitel über Verfestigung durch Kaltrecken, sowie Rekristallisation wesentlich erweitert auf den alten Grundanschauungen aufgebaut. Das Verhalten intermetallischer Verbindungen bei der Deformation wird besprochen und konstatiert, daß die bekannte Sprödigkeit und Spaltbarkeit bei gewöhnlicher Temperatur teils allmählich, teils plötzlich bei steigender Temperatur in Plastizität übergeht. Das Kapitel über Anlauffarben ist durch neue Forschungsergebnisse über die Gesetze der Verdickung der Anlaufschichten ergänzt. Gewisse eigenartige Seigerungserscheinungen werden in neuartiger Weise dadurch gedeutet, daß unter Umständen entgegen den Aussagen des Schmelzdiagramms derjenige Mischkristall sich bei schneller Abkühlung zuerst ausscheidet, dessen lineare Kristallisationsgeschwindigkeit unter den obwaltenden Bedingungen der Wärmeentziehung den größten Wert hat. Einige Zustandsdiagramme erscheinen in verbesserter Form und auch die Diffusion in Metallen ist ausführlicher als bisher behandelt. Durch Potentialmessungen an Amalgamen, in denen sich zwei Metalle, die intermetallische Verbindungen zu bilden imstande sind, gelöst befinden, vermag Tammmann durch Vergleich mit den Spannungen der Amalgame des unedleren der beiden Metalle eine Methode zu schaffen, um über den Verbindungszustand in Lösung und sogar über die Affinitätskonstanten der Verbindungen Aufschluß zu gewinnen; er findet, daß es in Amalgamlösung Verbindungen der verschiedensten Dissoziationsstufen gibt. Über weitere Forschungen betreffend das elektrochemische Verhalten von Mischkristallen berichten die letzten Kapitel des Absatzes über die binären Legierungen und auch ein Abschnitt über nicht rostende Stähle sei noch erwähnt.

W. Fraenkel.

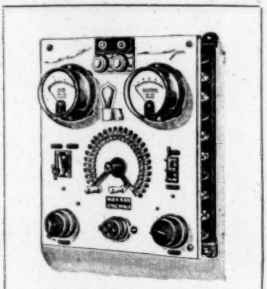
F. Dessauer, Zur Therapie des Karzinoms mit Röntgenstrahlen (Strahlentherapeutische Monographien. Bd. 1.) 2. Aufl. 8°. VI u. 74 S. Dresden u. Leipzig, Theodor Steinkopff. 1923. Gz. M. 2.—, Schweiz. Fr. 2.—.

Das vorliegende Büchlein verdankt seine Entstehung einer Reihe von Vorlesungen, die in Spanien gehalten wurden. Es faßt die Hauptarbeiten Dessauers in übersichtlicher Form zusammen. Die Möglichkeit, eine durchdringungsfähige Strahlung zu erhalten, war erst mit Schaffung eines durchschlagsicheren Transformators kleinerer Ausmessung gegeben, eine Aufgabe, die seit 1917 durch den Dessauer-Transformator gelöst erschien. Das zweite Problem war die physikalische Untersuchung der Intensitätsverteilung im menschlichen Körper. D. teilt die gemeinsam mit Vierheller vorgenommenen Messungen mit und erläutert diese an zahlreichen Kurven. In der letzten Vorlesung schildert D. die praktische Anwendung mit Hilfe des von ihm und Warnekros angegebenen Strahlungsgerätes und der aus anatomischen Atlanten her bekannten Körperquerschnitte und Zeichnungen. Der Anhang stellt die Arbeiten D.s von 1905—1921 zusammen. Trotz der flüssigen und anschaulichen Form, in der das Büchlein geschrieben ist, verliert es doch sehr durch die einseitige Auswahl des verwendeten Materials, das bis auf wenige Autoren nur von dem Verfasser selbst stammt.

Meyer.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz



50471. Experimentier-Schalttafel Type A_1, 110 Volt, 30 Amp.

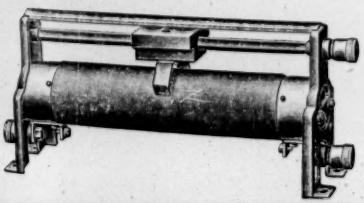
Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

In gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel: 4 Grosse Preise; Turin: 2 Grosse Preise; Dresden: Grosser Preis.

PHYWE-Gleitwiderstände



Absolut zuverlässig
Denkbar einfach — Unerreicht billig

Verlangen Sie Liste PZW.

Physikalische Werkstätten A.-G.
Göttingen

G. E. Stechert & Co. in Leipzig, Hospitalstr. 10

kaufen stets gegen Bezahlung in **Dollars**

Wissenschaftliche Zeitschriften in vollständigen Reihen

z. B.

Annalen der Physik — Annalen der Chemie — Mathematische Annalen — Journal für praktische Chemie — Monatshefte für Chemie — Physikalische Zeitschrift — Zeitschrift für physikalische Chemie — Meteorologische Zeitschrift — Zeitschrift für Mathematik usw.

Angebote mit Preisangabe erbeten.

Pfeiffer's

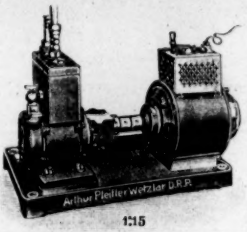
1:20

Quecksilber-Dampfstrahlpumpe
ganz aus Stahl D. R. P. angem.

15 Liter bis zum Aussetzen jeder Entladung in **10 Sek.** vom Vorvakuum ab.

Listen von Abt. H anfordern.

Vgl. Techn. Physik. 1922, Heft 12. Phys. Ztschr. 1922, pag. 463.



1:15

Rot. Kammer-Öl-Luftpumpe D. R. P.

Hochvakuum-Pumpen, Vakua bis $^1/_{1\,000\,000}$ mm Hg.
Saugleistung bis 50 cbm per Stunde
Photometer aller Systeme
Öl-Prüfapparate, Schnellviskosimeter usw.
Funken-Induktoren bis 1000 mm Funkenlänge
Doppel-Pendelgleichrichter
Oscillographen

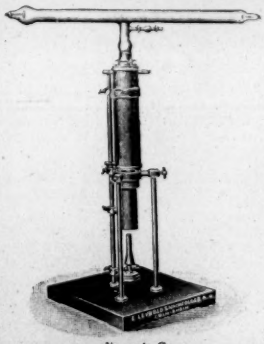
Arthur Pfeiffer
Wetzlar 8

Telegr. Vakupfeif. — Tel. 85 u. 86.

Neue Hochvakuum-Diffusions-Pumpe aus Metall

nach Prof. Gaede

D. R. P. und Auslandspatente angemeldet



$^1/_{10}$ nat. Gr.

Saugleistung: 15 Liter per Sek.
Vorvakuum: 20 mm

„Vergl. Zeitschrift für Technische Physik, Jahrg. 1923, Nr. 10"

Alleinige Hersteller

E. Leybold's Nachfolger A.-G.

Köln a/Rhein, Brüderstr. 7

Sonderliste auf Wunsch

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.